

Контрольная работа
**«Решение смешанной краевой задачи для уравнения
параболического типа методом Фурье»**

	Вариант
Алексеев А.	2
Андреева М.	3
Волкова Т.	4
Гиззатулин Д.	5
Дмитриева О.	6
Короткова А.	зачтено
Мисакян Н.	7
Румянцева О.	8

	Вариант
Сафонов Г.	9
Спарри И.	10
Степанов А.	11
Щелин П.	12
Костомарова В.	13
Хабаров Д.	14
Задойко Р.	15
Едигарев Д.	16

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Примерный вариант*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 4u_{xx} - 4(t - 1) + \cos 3\pi x + \frac{x^2}{2},$$

$$u_x(0, t) = 1, \quad u_x(1, t) = t,$$

$$u(x, 0) = x - \frac{x^2}{2} + \cos \pi x.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
 - 2) постройте решение методом Фурье.
-

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 2*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 25u_{xx} + x + 5 \cos \frac{\pi x}{2},$$

$$u_x(0, t) = t, \quad u(1, t) = t,$$

$$u(x, 0) = \cos \frac{3\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
- 2) постройте решение методом Фурье.

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 3*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 9u_{xx} + t(x^2 - 9t) + 7 \cos 7\pi x,$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(1, t) = t^2,$$

$$u(x, 0) = \cos 5\pi x.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
 - 2) постройте решение методом Фурье.
-

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 4*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 4u_{xx} + 8 \sin \frac{7\pi x}{2} + \sin \frac{3\pi x}{2} + 2t,$$

$$u(0, t) = t^2, \quad u_x(1, t) = 1,$$

$$u(x, 0) = x + \sin \frac{3\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
- 2) постройте решение методом Фурье.

Тема: **Решение краевой задачи для уравнения параболического типа**

Вариант 5

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 16u_{xx} + 1 - x + 5 \sin 3\pi x,$$

$$u(0, t) = t + 1, \quad u(1, t) = 1,$$

$$u(x, 0) = 1 + \sin 4\pi x.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
 - 2) постройте решение методом Фурье.
-

Тема: **Решение краевой задачи для уравнения параболического типа**

Вариант 6

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 9u_{xx} - 18t + x^2 + x + 5 \cos 5\pi x,$$

$$u_x(0, t) = t, \quad u_x(1, t) = 3t,$$

$$u(x, 0) = 2 + \cos 3\pi x.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
- 2) постройте решение методом Фурье.

Тема: **Решение краевой задачи для уравнения параболического типа**

Вариант 7

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 4u_{xx} + x - 1 + 3 \cos \frac{3\pi x}{2},$$

$$u_x(0, t) = t, \quad u(1, t) = 1,$$

$$u(x, 0) = 1 + \cos \frac{\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
 - 2) постройте решение методом Фурье.
-

Тема: **Решение краевой задачи для уравнения параболического типа**

Вариант 8

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 9u_{xx} + 2xt + 4 \sin \frac{\pi x}{2},$$

$$u(0, t) = 1, \quad u_x(1, t) = t^2,$$

$$u(x, 0) = 1 + 2 \sin \frac{3\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
- 2) постройте решение методом Фурье.

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 9*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 25u_{xx} + x + 3 \cos \frac{3\pi x}{2},$$

$$u_x(0, t) = t, \quad u(1, t) = t,$$

$$u(x, 0) = \cos \frac{\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
 - 2) постройте решение методом Фурье.
-

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 10*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 9u_{xx} + t(x^2 - 9t) + 4 \cos 3\pi x,$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(1, t) = t^2,$$

$$u(x, 0) = \cos 2\pi x.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
- 2) постройте решение методом Фурье.

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 11*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 4u_{xx} + 8 \sin \frac{5\pi x}{2} + \sin \frac{3\pi x}{2} + 2t,$$

$$u(0, t) = t^2, \quad u_x(1, t) = 1,$$

$$u(x, 0) = x + \sin \frac{5\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
 - 2) постройте решение методом Фурье.
-

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 12*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 16u_{xx} + 1 - x - 4 \sin 3\pi x,$$

$$u(0, t) = t + 1, \quad u(1, t) = 1,$$

$$u(x, 0) = 1 + \sin 3\pi x.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
- 2) постройте решение методом Фурье.

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 13*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 9u_{xx} - 18t + x^2 + x + 2 \cos 5\pi x,$$

$$u_x(0, t) = t, \quad u_x(1, t) = 3t,$$

$$u(x, 0) = 2 + \cos 2\pi x.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
 - 2) постройте решение методом Фурье.
-

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 14*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 4u_{xx} + x - 1 + 3 \cos \frac{5\pi x}{2},$$

$$u_x(0, t) = t, \quad u(1, t) = 1,$$

$$u(x, 0) = 1 + \cos \frac{3\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
- 2) постройте решение методом Фурье.

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 15*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 9u_{xx} + 2xt + 3 \sin \frac{\pi x}{2},$$

$$u(0, t) = 1, \quad u_x(1, t) = t^2,$$

$$u(x, 0) = 1 + 3 \sin \frac{5\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
 - 2) постройте решение методом Фурье.
-

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 16*

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$:

$$u_t = 25u_{xx} + x + 2 \cos \frac{5\pi x}{2},$$

$$u_x(0, t) = t, \quad u(1, t) = t,$$

$$u(x, 0) = 3 \cos \frac{\pi x}{2}.$$

- 1) постройте и решите соответствующую задачу Штурма-Лиувилля;
- 2) постройте решение методом Фурье.

Тема: Решение краевой задачи для уравнения параболического типа*Вариант 20***1.** При каких значениях $k > 0$ задача Штурма - Лиувилля

$$X''(x) - cX(x) = 0, \quad X(0) = 0, \quad X'(\pi) - kX(\pi) = 0,$$

имеет неотрицательные собственные значения?

2. Пусть $u(x, t)$ – классическое решение в полуполосе $0 \leq x \leq 3\pi$, $t \geq 0$ краевой задачи

$$u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(3\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \varphi(x),$$

где $\varphi \in C^1([0, 3\pi])$, $\varphi(0) = \varphi(3\pi) = 0$. Укажите класс всех таких функций $\varphi(x)$, для которых существует конечный предел

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t u(x, t) \quad \forall x \in [0, 3\pi].$$

3. Пусть $u(x, t)$ – классическое решение в полуполосе $0 \leq x \leq 2$, $t \geq 0$ краевой задачи

$$u_t = u_{xx}, \quad u_x(0, t) = u_x(2, t) = 3, \quad u(x, 0) = x^3 - 3x^2 + 3x.$$

Найти $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(x, t)$.