

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Петрозаводский государственный университет

Институт математики и информационных технологий
Кафедра прикладной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ К.Г. Тарасов

« ____ » _____ 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки бакалавриата
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль направления подготовки бакалавриата
«Прикладная математика и информационно-коммуникационные технологии»

Форма обучения очная

Петрозаводск

2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 9 (с изменениями от 08.02.2021 № 83, от 26.11.2020 № 1456), и учебным планом по направлению подготовки бакалавриата 01.03.02 Прикладная математика и информатика (профиль «Прикладная математика и информационно-коммуникационные технологии»).

Разработчик:

Семёнова Елена Евгеньевна, доцент кафедры прикладной математики и кибернетики Института математики и информационных технологий ПетрГУ, кандидат физико-математических наук, доцент.

Эксперт:

Родченкова Наталья Ивановна, старший научный сотрудник лаборатории моделирования природно-технических систем Института прикладных математических исследований КарНЦ РАН, руководитель службы научных коммуникаций КарНЦ РАН, к.ф.-м.н.

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики и кибернетики

Протокол № ____ от « ____ » _____ 2022 г.

И.о. заведующего кафедрой _____ И.В. Пешкова, кандидат физико-математических наук, доцент

СОГЛАСОВАНО:

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании учебно-методической комиссии Института математики и информационных технологий

Протокол № 4 от «06» июня 2022 г.

Директор Института математики и информационных технологий _____ Н.Ю. Светова, кандидат физико-математических наук, доцент

Начальник методического отдела
учебно-методического управления ПетрГУ _____ И.В. Маханькова

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) бакалавриата

1.1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины и индикаторы достижения компетенций:

Код и этап формирования компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 (основной)	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основные понятия и методы фундаментальных математических дисциплин. ОПК-1.2. Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Умеет осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
ОПК-3 (основной)	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Умеет выбирать методы исследования математических моделей; строить и исследовать математические модели, применять и модифицировать их для решения задач в области профессиональной деятельности. ОПК-3.2. Владеет навыками применения математического аппарата к исследуемым математическим моделям.

1.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основные физические процессы, описываемые уравнениями в частных производных;
- постановки основных краевых задач для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов; метод разделения переменных; принцип максимума для уравнений эллиптического и параболического типов.

Уметь:

- строить математические модели простых физических процессов (колебаний струны, одномерной теплопроводности и диффузии).
- определять тип уравнения, находить решения краевых задач методом разделения переменных; исследовать корректность основных краевых задач; пользоваться принципом максимума при оценке решений первой краевой задачи для уравнений эллиптического и параболического типов; находить решения задачи Коши для уравнений гиперболического и параболического типов; уметь выводить волновое уравнение, уравнения теплопроводности и диффузии.

Владеть:

- навыками использования математических приёмов для построения моделей;
- методом характеристик для решения задачи Коши для уравнений в частных производных второго порядка; методом Фурье для решения краевых задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата и язык преподавания

Дисциплина «Уравнения математической физики» входит в обязательную часть учебного плана основной образовательной программы бакалавриата по данному направлению подготовки и является обязательной для изучения дисциплиной.

Согласно учебному плану дисциплина проводится в 6 семестре.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении образовательной программы предыдущего уровня, а также при изучении дисциплин: «Дифференциальные уравнения», «Алгебра», «Математический анализ», «Функциональный анализ» учебного плана данной образовательной программы.

Дисциплина призвана ознакомить обучающихся со стандартными методами решения дифференциальных уравнений с частными производными и с их применением для описания некоторых физических процессов.

Язык преподавания – русский.

3. Виды учебной работы и тематическое содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы или 108 академических часов.

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Объем в академических часах
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	108
В том числе:	
Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем). Всего	60
В том числе:	
Лекции (Л)	30
Практические занятия (Пр)	30
Лабораторные занятия (Лаб)	-
Вид промежуточной аттестации	экзамен
Самостоятельная работа обучающихся (СР) (всего)	48
В том числе:	
Самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовка к занятиям	
Подготовка к промежуточной аттестации	

3.2. Краткое содержание дисциплины по разделам и видам учебной работы

№ п/п	Раздел дисциплины (тематический модуль)	Трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)					Оценочное средство
		Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа обучающихся	

Семестр № 6							
1	Классификация уравнений в частных производных. Метод характеристик	18	4	8	0	6	Контрольная работа 1, экзамен
2	Краевые задачи для уравнений гиперболического типа	34	10	8	0	16	Контрольная работа 2, экзамен
3	Краевые задачи для уравнений параболического типа	32	8	8	0	16	Контрольная работа 3, экзамен
4	Краевые задачи для уравнений эллиптического типа	24	8	6	0	10	Контрольная работа 4, экзамен
Вид промежуточной аттестации в семестре: экзамен							
Итого:		108	30	30	0	48	

3.3. Содержание аудиторных занятий

Содержание лекционных занятий

№ раздела	№ лекции	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестр № 6				
1	1.1-1.2	Предмет математической физики. Классификация уравнений с частными производными второго порядка. Канонические формы уравнений в частных производных. Метод характеристик.	4	
2	2.1-2.5	Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Классификация краевых задач. Формула Даламбера. Метод продолжений. Колебания ограниченной струны. Метод Фурье и его обоснование.	10	
3	3.1-3.4	Вывод уравнения диффузии. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Решение краевых задач методом Фурье. Задача Коши для уравнения теплопроводности на прямой. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. Свойства фундаментального решения и его физический смысл. Краевые задачи на полупрямой. Метод продолжения.	8	
4	4.1-4.4	Задачи, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона. Свойства гармонических функций: формулы Грина, принцип максимума. Решение краевых задач методом Фурье. Интеграл Пуассона. Свойства решений краевых задач.	8	
Итого:			30	

Содержание практических (или семинарских) занятий

№ раздела	№ занятия	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДЮТ (*)
Семестр № 6				
1	1.1	Простейшие уравнения в частных производных	2	
1	1.2	Уравнения в частных производных 1-го порядка. Общее решение. Задача Коши	2	
1	1.2-1.4	Определение типа уравнений второго порядка. Приведение уравнения к каноническому виду. Метод характеристик. Контрольная работа № 1.	4	
2	2.1	Задача Штурма-Лиувилля	2	
2	2.2-2.4	Краевые задачи для волнового уравнения. Формула Даламбера. Метод Фурье.	6	
3	3.1-3.4	Краевые задачи для уравнения теплопроводности (диффузии). Метод Фурье. Формула Пуассона. Контрольная работа № 3.	8	
4	4.1-4.3	Уравнение Лапласа в полярных координатах. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона методом разделения переменных.	6	
Итого:			30	

3.4. Организация самостоятельной работы обучающегося

Виды самостоятельной работы	Трудоемкость в час.
Самостоятельная проработка курса лекций при подготовке к практическим занятиям, работа с литературой	6
Выполнение домашних заданий (в том числе заданий, решаемых с помощью систем компьютерной математики). Номера заданий из сборника задач [2] из списка основной литературы указывает преподаватель на практических занятиях (задания публикуются на сайте дисциплины http://math-it.petrso.ru/users/semenova/UMF/index_PMI.html в разделе «Тематика практических занятий и задания для самостоятельной работы»).	7
Подготовка к контрольной работе № 1 «Канонический вид уравнений в частных производных. Метод характеристик». Решение примерного варианта работы (см. п. 5.1)	2
Выполнение домашней Контрольной работы № 2 «Смешанная краевая задача для уравнения гиперболического типа»	2
Подготовка к контрольной работе № 3 «Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа». Решение примерного варианта работы (см. п. 5.1)	2

Выполнение домашней контрольной работы № 4 «Краевые задачи для уравнения Лапласа»	2
Подготовка к экзамену, сдача экзамена (подготовка ответов на вопросы, список которых приводится в п. 5.2)	27
Всего, 6 семестр	48

4. Образовательные технологии по дисциплине

При изучении дисциплины «Уравнения математической физики» используются следующие образовательные технологии:

- аудиторные занятия (лекционные и практические занятия);
- внеаудиторные занятия (самостоятельная работа, индивидуальные консультации).

Лекционные и практические занятия проводятся в традиционной форме.

Предусматривается использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

- практические занятия в диалоговом режиме;
- решение задач с помощью систем компьютерной математики.

Учебно-методические материалы публикуются на сайте дисциплины:

http://math-it.petsu.ru/users/semenova/UMF/index_PMI.html

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.1. Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины с помощью *устного опроса* на практических занятиях, при проведении занятий в форме *контрольной работы*, а также проверки выполнения *домашних заданий*. К оценочным средствам для текущего контроля относятся:

- аудиторные контрольные работы,
- домашние контрольные работы.

Примеры вариантов контрольных работ, критерии оценивания

Контрольная работа № 1 (аудиторная)

Канонический вид уравнений в частных производных. Метод характеристик

1. (2 балла). Укажите области на плоскости Oxy , где сохраняется тип уравнения:

$$(\cos^2 x + \sin^2 y)u_{xx} - 4(\cos x + \sin y)u_{xy} + 4u_{yy} - e^y u_x + 5u = 0.$$

2. (10 баллов). Решите задачу Коши:

$$u_{xx} - 2 \sin x u_{xy} - (3 + \cos^2 x)u_{yy} + u_x + (2 - \sin x - \cos x)u_y = 0,$$

$$u(x, \cos x) = 0, \quad u_y(x, \cos x) = e^{-\frac{x}{2}} \cos x.$$

Критерий оценивания. В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: 11–12 баллов – «отлично», 9–10 – «хорошо», 6–8 – «удовлетворительно», менее 6 баллов – «неудовлетворительно»

Контрольная работа № 2 (домашняя)**Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа**

(10 баллов). В области $0 < x < 1, t > 0$ решите следующую смешанную задачу:

$$u_{tt} - 4u_{xx} + 8u_x - 4u_t + e^x \sin \pi x = 4(1 + x - 2t),$$

$$u(0, t) = t, \quad u(1, t) = 1,$$

$$u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = e^x \sin 4\pi x + 1 - x.$$

Критерий оценивания. В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: 9–10 баллов – «отлично», 7–8 – «хорошо», 4–6 – «удовлетворительно», менее 4 баллов – «неудовлетворительно».

Контрольная работа № 3 (аудиторная)**Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа**

Для смешанной краевой задачи, рассматриваемой в области $0 \leq x \leq 1, t \geq 0$

$$u_t = 4u_{xx} - 4(t - 1) + \cos 3\pi x + \frac{x^2}{2},$$

$$u_x(0, t) = 1, \quad u_x(1, t) = t,$$

$$u(x, 0) = x - \frac{x^2}{2} + \cos \pi x.$$

- 1) (4 балла). Постройте и решите соответствующую задачу Штурма–Лиувилля.
- 2) (4 балла). Постройте решение методом Фурье.

Критерий оценивания. В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: 7–8 баллов – «отлично», 5–6 – «хорошо», 3–4 – «удовлетворительно», менее 3 баллов – «неудовлетворительно».

Контрольная работа № 4 (домашняя)**Краевые задачи для уравнения Лапласа**

1. (1 балл). Найдите гармоническую функцию $u(x, y)$ в круге радиуса $R = 2$, удовлетворяющую на границе области условию Дирихле

$$u(x, y)|_{x^2+y^2=4} = (x^2 + y^2)^2.$$

2. (2 балла). При каких значениях параметров A и B краевая задача

$$\Delta u(r, \varphi) = 0, \quad 0 \leq r < 2, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

$$\frac{\partial u(2, \varphi)}{\partial r} = Ax^2 - By^2 + y, \quad x^2 + y^2 = 4,$$

имеет решение?

3. (3 балла). Найдите решение $u = u(r, \varphi)$ уравнения Лапласа в кольце $1 \leq r \leq 2$, удовлетворяющее на его границе следующим условиям:

$$u(1, \varphi) = 1, \quad u_r(2, \varphi) = \cos 2\varphi.$$

Критерий оценивания. В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: 5–6 баллов – «отлично», 4 – «хорошо», 3 – «удовлетворительно», менее 3 баллов – «неудовлетворительно».

5.2. Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена.

Условием допуска к экзамену является обязательное выполнение всех контрольных работ на оценку не ниже «удовлетворительно».

Экзамен в установленный по расписанию сессии день проходит по следующей схеме:

- 1) тестирование по базовым понятиям и методам;
- 2) устное собеседование по вопросам билета.

Тестирование проводится на платформе moodle по ссылке:

<https://moodle2.petrus.ru/course/view.php?id=1287>.

Тест включает вопросы из следующих разделов:

1. Уравнения с частными производными первого порядка (общее решение, частное решение, задача Коши).
2. Простейшие уравнения в частных производных второго порядка (общее решение).
3. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид уравнения.
4. Задача Коши на прямой (для волнового уравнения, уравнения теплопроводности).
5. Задача Штурма-Лиувилля.
6. Смешанные краевые задачи. Метод Фурье.
7. Краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона.

Примеры вопросов теста:

Раздел 1. Уравнения с частными производными 1-го порядка

1. Общее решение уравнения $u_x + u y = 0$ имеет вид:
 - A. $u(x, y) = x - \ln y + C$, где C – произвольная постоянная,
 - B. $u(x, y) = F(x - \ln |y|)$, где $F(z)$ – произвольная дифференцируемая функция,
 - C. $u(x, y) = F(x + \ln |y|)$, где $F(z)$ – произвольная дифференцируемая функция,
 - D. $F(x - \ln |y| - u) = C$, где C – произвольная постоянная.
2. Каким образом ввести новые независимые переменные $\xi = \xi(x, y)$, $\eta = \eta(x, y)$, чтобы уравнение $2u_x - u_y = 0$ можно было бы привести к каноническому виду $u_\eta = 0$?
 - A. $\xi = x - 2y$, $\eta = y$,
 - B. $\xi = x$, $\eta = x + 2y$,
 - C. $\xi = x$, $\eta = 2y$,
 - D. $\xi = x + 2y$, $\eta = x$.

Раздел 2. Простейшие уравнения в частных производных 2-го порядка

3. Общее решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ имеет вид (C_1 и C_2 - произвольные дифференцируемые функции):
 - A. $u = yC_1(x) + C_2(y)$,
 - B. $u = xC_1(x) + C_2(y)$,
 - C. $u = xC_1(y) + C_2(y)$,
 - D. $u = xC_1(y) + C_2(x, y)$.

Раздел 3. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка. Канонический вид уравнения

4. Какой тип имеет уравнение $u_{xx} + 2u_{xy} + 3u_{yy} + 2u_x - u_y + u = 0$?
 - A. Параболический.
 - B. Гиперболический.
 - C. Эллиптический.

Билет содержит два вопроса из следующего списка.

Вопросы к экзамену

1. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных однородных уравнений.
2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка (случай двух независимых переменных, $n = 2$). Приведение уравнения к каноническому виду. Уравнение характеристик.
3. Канонический формы уравнения гиперболического типа ($n = 2$).
4. Канонический вид уравнения параболического типа ($n = 2$).
5. Канонический вид уравнения эллиптического типа ($n = 2$).
6. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых условий. Вывод граничных условий, описывающих упругое закрепление концов струны (стержня).
7. Свободные колебания неограниченной струны. Формула Даламбера. Свойства решений волнового уравнения на прямой.
8. Вынужденные колебания неограниченной струны.
9. Волновое уравнение на полупрямой. Метод продолжения. Однородное условие Дирихле (условие Неймана, условие 3 рода) границе $x = 0$.
10. Задача Штурма-Лиувилля, одномерный случай:
$$X''(x) + cX(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad X(0) = X(l) = 0.$$
11. Решение задачи о свободных колебаниях ограниченной струны с жестко закрепленными концами (первая краевая задача) методом Фурье. Условия существования классического решения.
12. Вынужденные колебания ограниченной струны с жестко закрепленными концами.
13. Единственность классического решения смешанной краевой задачи для волнового уравнения.
14. Вывод одномерного уравнения теплопроводности. Виды краевых условий.
15. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности на отрезке.
16. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
17. Следствия из принципа максимума: единственность решения, непрерывная зависимость от начальных данных.
18. Задача Коши для уравнения теплопроводности на прямой. Интеграл Пуассона.
19. Функция Грина (функция источника) для уравнения теплопроводности на прямой и ее свойства.
20. Единственность классического решения уравнения теплопроводности на прямой.
21. Свойство интеграла Пуассона.
22. Краевые задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой. Метод продолжения.
23. Задача на собственные значения и собственные функции с периодическими условиями.
24. Формулы Грина. Свойства гармонических функций.
25. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге и вне круга. Интеграл Пуассона.
26. Задача Неймана для уравнения Лапласа в круге.
27. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа в кольце.
28. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике.
29. Условие разрешимости задачи Неймана.
30. Единственность классического решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

Оценивание знаний студентов на экзамене выполняется в соответствии с установленными критериями.

Критерии оценивания знаний студентов на экзамене

Оценка	Тест (moodle)	Собеседование	Необходимые условия		
			Посещение занятий	Активность на занятиях	Зачет по контрольным работам
Удовлетворительно	Не менее 75% правильных ответов		+		+
	от 60% включительно до 75 % правильных ответов	Собеседование по разделам теста	+		+
Хорошо	Не менее 75% правильных ответов	Собеседование по вопросам билета, который включает два вопроса из списка вопросов к экзамену Самостоятельно и отчасти при направляющих вопросах даются полноценные ответы на вопросы билета и на большинство дополнительных вопросов экзаменатора	+	+	+
Отлично	Не менее 85% правильных ответов	Собеседование по вопросам билета, который включает два вопроса из списка вопросов к экзамену Самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе даются ответы на все вопросы экзаменатора, подчеркивается при этом самое существенное.	+	+	+

6. Методические рекомендации обучающимся по дисциплине, в том числе для самостоятельной работы

Для успешного освоения дисциплины необходимо знание тем и основных понятий следующих дисциплин учебного плана:

- 1) *Математический анализ* – непрерывные функции; кусочно-непрерывные функции; криволинейные координаты; замена переменных; частные производные; неявные функции; дифференцирование неявных функций, поверхностные интегралы; формула Остроградского-Гаусса; интегралы, зависящие от параметра; несобственные интегралы; функциональные ряды; признаки сходимости ряда; ряды и интегралы Фурье; кратные интегралы; производная по направлению, градиент, дивергенция, оператор Лапласа.
- 2) *Дифференциальные уравнения (Обыкновенные дифференциальные уравнения)* – методы решения уравнений первого порядка (метод разделения переменных, метод вариации произвольной постоянной), задача Коши для линейных уравнений первого и второго порядка с постоянными коэффициентами, уравнение Эйлера.

- 3) *Функциональный анализ* - собственные значения и собственные функции, линейные операторы; ортогональные системы функций; полные системы функций; пространство функций $L_2(G)$.
- 4) *Физика* - закон Гука, равнодействующая сил, законы Ньютона; закон сохранения энергии, закон внутренней теплопроводности в твердых телах (закон Фурье), закон конвективного теплообмена на границе двух сред (закон Ньютона), закон диффузии (закон Нернста).

Задания для самопроверки к началу изучения курса

1. Найдите производную функции $y(x) = \int_0^x \sin \frac{x-\xi}{a} d\xi$.
2. Для функции $u = 1/r$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, найдите $\text{grad } u$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.
3. Для заданной скалярной функции $\varphi(x, y, z)$ и векторного поля $\vec{a}(x, y, z)$ запишите следующие операции $\text{div}(\varphi \vec{a})$, $\text{div grad } \varphi$.
4. Найдите решение неоднородного дифференциального уравнения $y'(x) + y = f(x)$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = y_0$.
5. Найдите решение неоднородного дифференциального уравнения $y''(x) + y = f(x)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = y_0$, $y'(0) = y_1$.
6. Найдите частные производные первого и второго порядков от следующих функций $u(x, y) = x \sin(x + y)$, $u(x, y) = \text{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$.
7. Найдите частные производных u_x , u_y , u_{xx} , u_{yy} , u_{xy} от функции $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = x^2 + y^2$, $\eta = 2xy$.
8. Докажите, что функция $u = \ln(1/r)$, где $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$, удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.
9. Докажите, что функция $u = 1/r$, где $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$, удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$.
10. Постройте выражение для оператора Лапласа $\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ в полярных координатах.
11. Найдите коэффициенты разложения функций $u(x) = x$ и $u(x) = 1$ на отрезке $[0, 1]$ в тригонометрический ряд Фурье.
12. Найдите производную y' для функции $y(x)$, определяемой следующим уравнением $x^2 + 2xy - y^2 = 4$.
13. Найдите производную поля $u = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ в данной точке $M(x, y, z)$ в направлении радиуса-вектора r этой точки.

Методические и справочные материалы по дисциплине, план-график практических занятий и контрольных мероприятий, конспекты практических занятий, задания для самостоятельной работы, примерные варианты контрольных работ, результаты текущего контроля и материалы для подготовки к промежуточной аттестации публикуются на сайте дисциплины <http://math-it.petsu.ru/users/semnova/UMF/index PMI.html> (в открытом доступе).

7. Методические рекомендации преподавателям по дисциплине

Планирование лекционных и практических занятий осуществляется с учётом установленного количества часов.

Лекции составляют основу теоретического обучения и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрывают состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления. Ведущим методом лекционного занятия выступает устное изложение учебного материала.

Практические занятия направлены на формирование у обучающихся умений решать типовые задачи. Преподаватель оценивает знания и умения обучающихся путем проведения контрольных работ и проверки домашних заданий.

7.1. Задачи для аудиторных занятий и задачи, предлагаемые для самостоятельного решения (домашнее задание)

Для проведения практических занятий рекомендуется использовать следующий задачник: *Уравнения математической физики: Сборник примеров и упражнений.* / Сост. А.А. Рогов, Е.Е. Семенова, В.И. Чернецкий, Л.В. Щеголева. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2001.

№ раздела	Тема	Глава задачника	Номера задач	
			для аудиторных занятий	Для самостоятельных занятий
1	Классификация уравнений в частных производных. Решение простейших уравнений в частных производных	Гл. 2, §§ 1,2	6; 7 (1,3,5,7)	7 (2,4,6,8)
1	Уравнения в частных производных первого порядка. Общее решение. Решение задачи Коши	Гл. 2, § 3	11; 13 (1); 14 (1,3,5,6); 17 (1,3,7)	12; 13 (2); 14 (2,4,7); 17 (2,5)
1	Приведение уравнения к каноническому виду. Метод характеристик			
	Приведение уравнения к каноническому виду (случай двух независимых переменных). Построение общего решения. Метод характеристик. Решение задачи Коши	Гл. 2, §§ 5, 7	33 (1,2); 34 (1,2); 35 (1,2); 36 (1); 40 (1,3,5)	33 (3); 35 (3,4); 36 (4); 40 (2,4,6)
2	Задача Штурма-Лиувилля.	Гл. 5, §§ 1; 3	23 (б,в,г,д); 25	23 (е, ж); 26
2	Краевые задачи для уравнений гиперболического типа			
	Решение задачи Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера	Гл. 5, § 2	13 (2,3); 14; 19 (1); 22	13 (7); 15; 19 (2)
Краевые задачи для волнового уравнения на полупрямой. Метод продолжения				

	Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом Фурье (однородная и неоднородная задачи)	Гл. 5, § 4	31 (2); 32 (1); 38 (5); 41 (5,8); 42	31 (3); 32 (3); 38 (7); 41 (9)
3	Краевые задачи для уравнений параболического типа			
	Решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности методом Фурье	Гл. 5, § 4	27; 28 (3); 34; 35; 38 (2); 41 (4); 44	29; 36; 46
	Решение задачи Коши для уравнения параболического типа. Формула Пуассона	Гл. 5, § 6	72 (1); 73; 76	72 (2); 77
4	Краевые задачи для уравнений эллиптического типа			
	Применение метода Фурье к решению краевых задач.	Гл. 5, § 4	48; 49; 54; 56(1); 59(3); 63; 64; 65	50; 55; 56(7); 60; 61; 66

7.2. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Варианты контрольных работ и рекомендации по оцениванию контрольных заданий приведены в фонде оценочных средств.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Дисциплина полностью обеспечена учебной литературой, представленной в печатном или электронном виде. Для осуществления образовательной деятельности по дисциплине рекомендуется следующая основная и дополнительная литература.

8.1. Основная литература:

1. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – Москва : Изд-во Моск. ун-та. (любой год издания). [Электронный ресурс] http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=468275&sr=1
2. Уравнения математической физики: Сборник примеров и упражнений. / Сост. А.А. Рогов, Е.Е. Семенова, В.И. Чернецкий, Л.В. Щеголева. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2001. – 220 с.

8.2. Дополнительная литература:

1. Будаков, Б.М. Сборник задач по математической физике / Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 688 с.
[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922103113.html>
[Электронный ресурс] http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=67912&sr=1
2. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – Москва : Наука, 1988. – 512 с. (любой год издания)
3. Владимиров, В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: Учеб. для вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с.
[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103107.html>
4. Ильин, А.М. Уравнения математической физики / А.М. Ильин. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 192 с.

[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110365.html>

5. Петровский, И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г. Петровский. – Москва : Физматлит, 2009. – 400 с. (любой год издания)

[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110907.html>

6. Полянин, А.Д. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики / А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев, А.И. Журов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 256 с. [Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105392.html>

7. Треногин, В.А. Уравнения в частных производных / В.А. Треногин, И.С. Недосекина. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 228 с.

[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114486.html>

8.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Сайт «EqWorld. МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ»:

Методы решений уравнений с частными производными:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-pde.htm>

Книги по уравнениям с частными производными:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>

2. Пакет для математических и инженерных расчетов MathCAD

(сайт производителя <https://www.ptc.com/en/products/mathcad>)

Петрозаводский университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного программного обеспечения.

Для поиска учебной и научной литературы обучающиеся используют следующие ЭБС:

- Электронная библиотека Республики Карелия <http://elibrary.karelia.ru/>
- Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru/>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента. Студенческая электронная библиотека» <http://www.studentlibrary.ru>
- другие базы данных, размещенные на сайте Научной библиотеки ПетрГУ в разделе «Электронные журналы и базы данных» <http://library.petrSU.ru/collections/bd.shtml>.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база ПетрГУ обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной подготовки обучающихся, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Минимально-необходимый перечень для информационно-технического и материально-технического обеспечения дисциплины:

- аудитория для проведения лекционных и практических занятий, оснащенная рабочими местами для обучающихся и преподавателя, доской;
- библиотека с читальным залом и залом для самостоятельной работы обучающегося, оснащенная компьютером с выходом в Интернет, книжный фонд которой составляет специализированная научная, учебная и методическая литература, журналы (в печатном или электронном виде).