

Вопросы к зачету (5 семестр)

1. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных однородных уравнений.
2. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных неоднородных и квазилинейных уравнений.
3. Уравнение переноса вещества потоком воздуха.
4. Классификация уравнений в частных производных второго порядка (случай двух независимых переменных, $n = 2$). Приведение уравнения к каноническому виду. Уравнение характеристик.
5. Канонический вид уравнения гиперболического типа ($n = 2$).
6. Канонический вид уравнения параболического типа ($n = 2$).
7. Канонический вид уравнения эллиптического типа ($n = 2$).
8. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами ($n = 2$).
9. Классификация уравнений в частных производных второго порядка (n независимых переменных, $n > 2$). Канонический вид уравнений второго порядка с n независимыми переменными.
10. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых условий. Вывод граничных условий, описывающих упругое закрепление концов струны (стержня).
11. Модель диффузии вещества в трубке.
12. Вывод уравнения распространения тепла в стержне. Постановка краевых задач.
13. Модель распространения тепла в изотропном теле.
14. Формулы Грина.
15. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных чисел и собственных функций. Свойство ортогональности собственных функций.
16. Задача Штурма-Лиувилля, одномерный случай:
$$X''(x) + cX(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad X(0) = X'(l) = 0.$$
17. Задача Штурма-Лиувилля. Одномерный случай. Однородные смешанные условия:
$$X''(x) + cX(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad X'(0) - hX(0) = X(l) = 0.$$
18. Свободные колебания неограниченной струны. Формула Даламбера. Некоторые свойства решений волнового уравнения на прямой, определяемые свойствами начальных функций (начальных данных).
19. Вынужденные колебания неограниченной струны.
20. Волновое уравнение на полупрямой. Метод продолжения. Однородное условие Дирихле (условие Неймана, условие 3 рода) границе $x=0$.
21. Решение задачи о свободных колебаниях ограниченной струны с жестко закрепленными концами (первая краевая задача) методом Фурье. Условия существования классического решения.
22. Вынужденные колебания ограниченной струны с жестко закрепленными концами.
23. Первая краевая задача с неоднородными граничными условиями.
24. Единственность решения смешанной краевой задачи для волнового уравнения. Интеграл энергии свободных малых поперечных колебаний ограниченной струны.
25. Общая схема решения смешанной краевой задачи для волнового уравнения на отрезке методом Фурье.