

**Вопросы к экзамену по курсу
«Уравнения математической физики»
(6 семестр, 2023/2024 уч. год)**

1. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных однородных уравнений.
2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка (случай двух независимых переменных, $n = 2$). Приведение уравнения к каноническому виду. Уравнение характеристик.
3. Канонический формы уравнения гиперболического типа ($n = 2$).
4. Канонический вид уравнения параболического типа ($n = 2$).
5. Канонический вид уравнения эллиптического типа ($n = 2$).
6. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых условий. Вывод граничных условий, описывающих упругое закрепление концов струны (стержня).
7. Свободные колебания неограниченной струны. Формула Даламбера. Свойства решений волнового уравнения на прямой.
8. Вынужденные колебания неограниченной струны.
9. Волновое уравнение на полупрямой. Метод продолжения. Однородное условие Дирихле (условие Неймана, условие 3 рода) границе $x = 0$.
10. Задача Штурма-Лиувилля, одномерный случай:

$$X''(x) + cX(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad X(0) = X(l) = 0.$$

11. Решение задачи о свободных колебаниях ограниченной струны с жестко закрепленными концами (первая краевая задача) методом Фурье. Условия существования классического решения.
12. Вынужденные колебания ограниченной струны с жестко закрепленными концами.
13. Единственность классического решения смешанной краевой задачи для волнового уравнения.
14. Вывод одномерного уравнения теплопроводности. Виды краевых условий.
15. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности на отрезке.
16. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
17. Следствия из принципа максимума: единственность решения, непрерывная зависимость от начальных данных.
18. Задача Коши для уравнения теплопроводности на прямой. Интеграл Пуассона.
19. [Функция Грина \(функция источника\) для уравнения теплопроводности на прямой и ее свойства.](#)
20. Единственность классического решения уравнения теплопроводности на прямой.
21. [Свойство интеграла Пуассона \(по материалам практического занятия № 13\).](#)
22. [Краевые задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой. Метод продолжения.](#)
23. Задача на собственные значения и собственные функции с периодическими условиями.
24. [Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге и вне круга. Интеграл Пуассона.](#)
25. [Задача Неймана для уравнения Лапласа в круге.](#)
26. [Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа в кольце.](#)
27. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике (по материалам практического занятия).
28. Условие разрешимости задачи Неймана.
29. ~~Единственность классического решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона.~~