

Вопросы к экзамену по курсу
«Уравнения с частными производными»
(6 семестр, 2025/2026 уч. год)

1. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных однородных уравнений.
2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка (случай двух независимых переменных). Приведение уравнения к каноническому виду. Уравнение характеристик.
3. Канонические формы уравнения гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа в случае двух независимых переменных.
4. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Примеры краевых условий. Вывод граничных условий, описывающих упругое закрепление концов струны (стержня).
5. Свободные колебания неограниченной струны. Формула Даламбера. Свойства решений волнового уравнения на прямой.
6. Вынужденные колебания неограниченной струны.
7. Волновое уравнение на полупрямой. Метод продолжения. Однородное условие Дирихле (условие Неймана, условие 3 рода) границе $x = 0$.
8. Задача Штурма-Лиувилля, свойства ее решений. Решение задачи Штурма-Лиувилля на отрезке с граничными условиями 1-го рода: $X''(x) + cX(x) = 0$, $0 < x < 1$, $X(0) = X(1) = 0$.
9. Решение задачи о свободных колебаниях ограниченной струны с жестко закрепленными концами (первая краевая задача) методом Фурье. Условия существования классического решения.
10. Вынужденные колебания ограниченной струны с жестко закрепленными концами.
11. Единственность классического решения смешанной краевой задачи для волнового уравнения.
12. Вывод одномерного уравнения теплопроводности. Виды краевых условий.
13. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности на отрезке.
14. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
15. Свойства решений задачи Дирихле для уравнения теплопроводности на отрезке.
16. Задача Коши для уравнения теплопроводности на прямой. Интеграл Пуассона. Свойство интеграла Пуассона.
17. [Функция Грина \(функция источника\) для уравнения теплопроводности на прямой и ее свойства.](#)
18. [Единственность классического решения уравнения теплопроводности на прямой.](#)
19. [Краевые задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой. Метод продолжения.](#)
20. Задача на собственные значения и собственные функции с периодическими условиями.
21. ~~Формулы Грина. Свойства гармонических функций.~~
22. [Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге и вне круга. Интеграл Пуассона.](#)
23. [Задача Неймана для уравнения Лапласа в круге.](#)
24. [Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа в кольце.](#)
25. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике.
26. Условие разрешимости задачи Неймана для уравнения Лапласа. [Примеры построения условий.](#)
27. ~~Единственность классического решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона.~~