

Наблюдаемость систем

Задания¹

1. Исследуйте наблюдаемость систем:

$$1) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = x_1 - x_3, \\ y = x_1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 - 5x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 3x_2, \\ \dot{x}_3 = x_1 - 2x_2 + x_3, \\ y = x_1 + x_2; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_2 + x_3, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 - x_3, \\ \dot{x}_3 = 2x_1 - x_2, \\ y = 2x_1 + \alpha x_3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 - x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 = 3x_1 - 2x_2 - 3x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_1 + x_2 + 2x_3, \\ y_1 = x_1, \\ y_2 = x_2 + \alpha x_3. \end{cases}$$

2. Исследуйте наблюдаемость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1, \\ y = x_1 + C, \quad C = const, \end{cases}$$

в которой измерение содержит неизвестную постоянную погрешность C .

3. Исследуйте наблюдаемость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1, \\ y = x_1 + v \sin \omega t, \end{cases}$$

¹ Механика управляемых систем: Сборник задач / Под ред. В.В. Александрова, Ю.В. Болотина. – М.: МАКС Пресс, 2013.

в которой измерение содержит нестационарную ($\omega \neq 0$) погрешность $\nu \sin \omega t$, $\nu = const$ - неизвестна, а частота известна.

4. При каких значениях параметра α система наблюдаема:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 - 2x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1, \\ y = x_1 + Ce^{\alpha t}. \end{cases}$$

5. Дана динамическая система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -2x_2 + \beta u, \\ y = x_1 + \alpha x_2. \end{cases}$$

При каких α и β имеет место ее управляемость и наблюдаемость?

6. Восстановить текущее состояние системы:

$$1) \begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 + 2x_2, \\ \dot{x}_2 = -4x_1 - 3x_2, \\ y(t) = x_1 - x_2 = 4e^t - 3e^{-t}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 + 2x_2, \\ \dot{x}_2 = -4x_1 - 3x_2, \\ y(t) = 2x_1 - x_2 = 6e^t - 4e^{-t}. \end{cases}$$

7. Восстановить по наблюдениям начальные данные:

$$\begin{cases} (t^2 + 1)\dot{x}_1 = -tx_1 + x_2, \\ (t^2 + 1)\dot{x}_2 = -x_1 - tx_2, \end{cases} \quad y(t) = x_1 + x_2$$

$$1) \quad y(t) = \frac{2}{t^2 + 1}; \quad 2) \quad y(t) = \frac{1+t}{t^2 + 1}.$$