Устойчивость стационарных систем

	Критерий Рауса-Гурвица Теорема Ляпунова по первому приближению Построение фазовых портретов ЛДС

1. Найдите все положения равновесия, исследуйте их на устойчивость и постройте фазовые портреты следующих систем:

1) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 3y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -6x - 5y; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - y; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x - 5y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + 2y; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + y; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + 2y; \end{cases}$

2. Исследуйте на устойчивость системы, используя критерий Рауса–Гурвица:

1) $y^{(5)} + 2y^{(4)} + 14y^{(3)} + 36y'' + 23y' + 68y = 0;$

2) $\dot{X} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} X.$

3. Определите область асимптотической устойчивости системы в пространстве параметров:

1) $y^{(4)} + ay^{(3)} + 4y'' + 2y' + by = 0;$

2) $\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 1 & 0 & \beta - \alpha \\ 0 & 1 & \beta \end{pmatrix} X.$

4. Найдите все положения равновесия, исследуйте их на устойчивость с помощью теоремы Ляпунова по первому приближению:

1) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = (2x - y)(x - 2), \\ \dfrac{dy}{dt} = xy - 2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y^2 - 4x^2, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4y - 8; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2(x - 1)(y - 2), \\ \dfrac{dy}{dt} = y^2 - x^2. \end{cases}$

5. Выясните, при каких значениях параметров a и b асимптотически устойчиво нулевое положение равновесия системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(e + ax) - e^y, \\ \dot{y} = bx + \operatorname{tg} y. \end{cases}$$