

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Петрозаводский государственный университет
Институт математики и информационных технологий
Кафедра прикладной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ К.Г. Тарасов

«_____» _____ 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ

Направление подготовки бакалавриата
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль направления подготовки бакалавриата
«Прикладная математика и информационно-коммуникационные технологии»

Форма обучения очная

Петрозаводск
2021

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 9 (с изменениями от 08.02.2021 № 83, от 26.11.2020 № 1456), и учебным планом по направлению подготовки бакалавриата 01.03.02 Прикладная математика и информатика (профиль «Прикладная математика и информационно-коммуникационные технологии»).

Разработчик:

Семёнова Елена Евгеньевна, доцент кафедры прикладной математики и кибернетики Института математики и информационных технологий ПетрГУ, кандидат физико-математических наук, доцент

Эксперт:

Заика Юрий Васильевич, главный научный сотрудник лаборатории моделирования природно-технических систем Института прикладных математических исследований КарНЦ РАН, доктор физико-математических наук, профессор

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики и кибернетики

Протокол № от 16 мая 2021 г.

И.о. заведующего кафедрой _____ И.В. Пешкова, кандидат физико-математических наук, доцент

СОГЛАСОВАНО:

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании учебно-методической комиссии Института математики и информационных технологий

Протокол № ____ от «____» июня 2021 г.

Директор Института математики и информационных технологий _____ Н.Ю. Светова, кандидат физико-математических наук, доцент

Начальник методического отдела
учебно-методического управления ПетрГУ _____ И.В. Маханькова

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) бакалавриата

1.1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины и индикаторы достижения компетенций:

Код компетенции. Этап формирования компетенции	Формулировка компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы достижения компетенции)
ОПК-1 (итоговый)	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основные понятия и методы фундаментальных математических дисциплин. ОПК-1.2. Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Умеет осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

1.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основные понятия и определения теории управления; методы качественного анализа динамических систем; основы теории управляемости и наблюдаемости в линейных динамических системах, о двойственности между наблюдаемостью и управляемостью в системах управления; о возможности применения принципа максимума Понтрягина для построения оптимального управления.

Уметь:

- применять соответствующие методы качественного исследования управляемых процессов; решать задачи управляемости и наблюдаемости в применении к линейным системам управления; решать задачи оптимального управления с применением принципа максимума Понтрягина.

Владеть:

- методами качественного исследования управляемых процессов;
- навыками решения практических задач управления системами различной природы (экологическими, биологическими, физическими, экономическими и др.);
- навыками использования программных средств для создания компьютерных моделей исследуемых процессов и систем.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата и язык преподавания

Дисциплина «Математическая теория управления» входит в обязательную часть учебного плана основной образовательной программы бакалавриата по данному направлению подготовки и является обязательной для изучения.

Согласно учебному плану дисциплина проводится в 8 семестре.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении образовательной программы предыдущего уровня, а также при изучении дисциплин

плин: «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Методы оптимизации», «Средства визуализации в системах компьютерной алгебры», и прохождении учебной практики «Компьютерные технологии в математике».

Язык преподавания – русский.

3. Виды учебной работы и тематическое содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы или 108 академических часа.

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Объем в академических часах
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	108
В том числе:	
Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем). Всего	52
В том числе:	
Лекции (Л)	26
Практические занятия (Пр)	26
Лабораторные занятия (Лаб)	0
Вид промежуточной аттестации	зачет
Самостоятельная работа обучающихся (СР), (всего)	56
В том числе:	
Самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовка к занятиям. Подготовка к промежуточной аттестации.	

3.2. Краткое содержание дисциплины по разделам и видам учебной работы

№ п/п	Раздел дисциплины (тематический модуль)	Трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)					Оценочное средство
		Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа обучающихся	
Семестр № 8							
1	Введение. Понятие об управляемых системах.	4	2	0	0	2	Зачет
2	Простейшие задачи управления динамикой популяций	9	2	4	0	3	Зачет
3	Краевые задачи и задачи управления упру-	14	4	4	0	6	Зачет

	гими колебаниями						
4	Устойчивость решений	16	4	4	0	8	Контроль- ная работа, зачет
5	Управляемость линейных систем	16	4	4	0	8	Зачет
6	Наблюдаемость линейных систем	16	4	4	0	8	Зачет
7	Принцип максимума Понтрягина для непре- рывных управляемых процессов	18	4	6	0	8	Контроль- ная работа, Зачет
8	Задачи управления тепловыми и диффузи- онными процессами	6	2	0	0	4	Зачет
Подготовка к промежуточной аттестации		9	0	0	0	9	Зачет
Вид промежуточной аттестации в семестре - зачет							
Итого:		108	26	26	0	56	

Содержание лекционных занятий

№ раздела	№ лекции	Основное содержание	Количе- ство часов	В т.ч. с ис- пользовани- ем ДТО (*)
Семестр № 8				
1	1.1	Введение. Понятие об управляемых системах. Принцип управле- ния. Основная задача теории управления. Математическое описа- ние управляемых систем.	2	
2	2.1	Простейшие задачи управления динамикой популяций 1) Задача управления популяцией, динамика которой описывается моделью Мальтуса; 2) Логистическая модель. Задача о минимизации времени на вос- становление удаленной биомассы; 3) Управление динамикой сообщества «хищник-жертва».	2	
3	3.1- 3.2	Краевые задачи и задачи управления упругими колебаниями. Постановка задач граничного управления. Решение задачи гранич- ного управления методом Даламбера.	4	
4	4.1- 4.2	Устойчивость решений. Устойчивость линейных систем. Крите- рии устойчивости. Устойчивость нелинейных систем. Исследова- ние устойчивости с помощью первого приближения. Область асимптотической устойчивости.	4	
5	5.1- 5.2	Управляемость линейных систем. Постановка и исследование задачи об управляемости в линейных системах. Основные теоре- мы. Критерий управляемости.	4	
6	6.1- 6.2	Наблюдаемость линейных систем. Критерий наблюдаемости. Постановка и решение задачи наблюдаемости линейных систем. Принцип двойственности.	4	

7	7.1-7.2	Принцип максимума Понтрягина для непрерывных управляемых процессов. Сведение задачи оптимального управления к краевой задаче. Примеры нахождения оптимальных процессов с помощью принципа максимума.	4	
8	8.1	Задачи управления тепловыми и диффузионными процессами.	2	
		Итого:	26	

Содержание практических занятий

№ раздела	№ занятия	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестр № 8				
2	2.1	Простейшие задачи управления динамикой популяций 1) Задача управления популяцией, динамика которой описывается моделью Мальтуса; 2) Логистическая модель. Задача о минимизации времени на восстановление удаленной биомассы; 3) Управление динамикой сообщества «хищник-жертва».	4	
3	3.1	Краевые задачи и задачи управления упругими колебаниями. Постановка задач граничного управления. Решение задачи граничного управления методом Даламбера.	4	
4	4.1	Устойчивость решений. Устойчивость линейных систем. Критерии устойчивости. Устойчивость нелинейных систем. Исследование устойчивости с помощью первого приближения. Область асимптотической устойчивости.	4	
5	5.1	Управляемость линейных систем. Постановка и исследование задачи об управляемости в линейных системах. Основные теоремы. Критерий управляемости.	4	
6	6.1	Наблюдаемость линейных систем. Критерий наблюдаемости. Постановка и решение задачи наблюдаемости линейных систем. Принцип двойственности.	4	
7	7.1	Принцип максимума Понтрягина для непрерывных управляемых процессов. Сведение задачи оптимального управления к краевой задаче. Примеры нахождения оптимальных процессов с помощью принципа максимума.	4	
7	7.2	Контрольная работа на тему «Принцип максимума Понтрягина»	2	
		Итого:	26	

3.4. Организация самостоятельной работы обучающегося

№ раздела	Задания для самостоятельной работы	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестр № 8			

1	Изучить главу 2 «Математические модели управляемых динамических систем» монографии [5] из списка основной литературы.	2	
2	Изучить главы 1 и 2 учебного пособия [4] из списка основной литературы. Разобрать приведенные в пособии примеры анализа одномерных моделей популяционной динамики.	3	
3	Повторить раздел курса «Уравнения математической физики», посвященный решению волнового уравнения на прямой методом Даламбера. Построить решение краевой задачи для волнового уравнения на отрезке с неоднородными граничными условиями первого рода методом Даламбера.	2	
3	Подготовить компьютерную реализацию решения задачи о гашении колебаний (анимация процесса перевода конечной струны из возбужденного состояния в состояние покоя за заданный промежуток времени)	2	
3	Подготовить компьютерную реализацию решения задачи о возбуждении струны (анимация процесса).	2	
4	Изучить главы 4 и 5 монографии [5] из списка основной литературы, посвященных методам исследования устойчивости динамических систем	2	
4	Выполнить качественный анализ управляемой системы «хищник-жертва». Подготовить компьютерную реализацию управления (анимация процесса)	4	
4	Выполнение контрольной работы № 1 на тему «Исследование нелинейных динамических систем на устойчивость»	2	
5	Разобрать по конспекту лекции доказательство критерия управляемости линейных нестационарных систем и критерия управляемости линейных стационарных систем. Решить предложенные преподавателям задачи на применение критериев. Предложить компьютерную реализацию проверки критериев	8	
6	Разобрать по конспекту лекции доказательство критерия наблюдаемости линейных нестационарных систем и критерия наблюдаемости линейных стационарных систем. Решить предложенные преподавателям задачи на применение критериев. Предложить компьютерную реализацию проверки критериев	8	
7	Проработать конспект лекции на тему: «Принцип максимума Понтрягина для непрерывных управляемых процессов». Решить предложенные преподавателем задачи на оптимальное управление с использованием принципа максимума Понтрягина. Предложить компьютерную реализацию решения.	6	
7	Подготовиться к контрольной работе № 2 по теме «Принцип максимума Понтрягина»	2	
8	Проработать конспект лекции на тему: «Задачи управления тепловыми и диффузионными процессами». Решить предложенные преподавателем задачи.	4	
1-8	Подготовка к промежуточной аттестации (зачету): подготовить ответы на вопросы к зачету, приведенные в пункте 5.2 данной рабочей программы.	9	
Итого		56	

4. Образовательные технологии по дисциплине

При изучении дисциплины «Математическая теория управления» используются следующие образовательные технологии:

- аудиторные занятия (лекционные и практические занятия);
- внеаудиторные занятия (самостоятельная работа, индивидуальные консультации).

Предусматривается использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

- практические занятия в диалоговом режиме;
- решение задач с помощью систем компьютерной математики.

Учебно-методические материалы публикуются на сайте дисциплины:

https://math-it.petrso.ru/users/semenova/Theory_Uprav/index.asp

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.1. Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины с помощью *устного опроса* на практических занятиях, а также проверки выполнения *домашних заданий*. К оценочным средствам для текущего контроля относятся контрольные работы.

Оценочные средства текущего контроля.

Примерный вариант контрольной работы № 1

1. Найти все положения равновесия системы $\begin{cases} \dot{x} = y - x^2 - x, \\ \dot{y} = 3x - x^2 - y \end{cases}$ и исследовать их на устойчивость.
2. Найти приближенно границу области асимптотической устойчивости нулевого решения системы $\begin{cases} \dot{x} = -x + x^2 + y^2, \\ \dot{y} = -y. \end{cases}$
3. Исследовать на устойчивость тривиальное решение разностной системы $x(k+1) = x(k) - \alpha \sin x(k)$.

Критерий оценивания.

«Зачтено» выставляется, если задачи решены правильно, иначе – «не зачтено».

Примерный вариант контрольной работы № 2

Даны модель объекта управления:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2(t), \quad \frac{dx_2}{dt} = -x_1(t) + u(t), \quad |u| \leq 1,$$

с начальными условиями $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$ и функционал $I = x_2(2\pi) \rightarrow 0$,

где $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$ – вектор характеризует состояние системы, $u(t)$ – управление.

Требуется найти оптимальное программное управление $u^*(t)$ и соответствующую ему траекторию $x^*(t)$.

Критерий оценивания.

«Зачтено» выставляется, если задача решена правильно, иначе – «не зачтено».

5.2. Промежуточная аттестация проводится в виде зачета.

Условием допуска к зачету является обязательное посещение лекционных и практических занятий; выполнение заданий, предлагаемых в рамках самостоятельной работы, успешное выполнение контрольных работ. Билет содержит один вопрос.

Вопросы к зачету

1. Постановки задач управления динамическими системами.
2. Задачи управления динамикой популяции.
3. Импульсные управления.
4. Задачи управления упругими колебаниями.
5. Устойчивость линейных и нелинейных систем.
6. Управляемость линейных систем.
7. Наблюдаемость динамических систем.
8. Принцип максимума Понтрягина.
9. Задачи управления тепловыми и диффузионными процессами

«**Зачтено**» выставляется обучающемуся, если он показал достаточно прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты.

«**Не зачтено**» выставляется обучающемуся, если при ответе выявились существенные пробелы в знаниях основных положений учебной дисциплины, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.

Подробно средства оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся приведены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

6. Методические рекомендации обучающимся по дисциплине, в том числе для самостоятельной работы

Методические и справочные материалы по дисциплине, план-график практических занятий и контрольных мероприятий, конспекты практических занятий, задания для самостоятельной работы, примерный вариант контрольной работы публикуются на сайте дисциплины https://math-it.petsu.ru/users/semnova/Theory_Uprav/index.asp (в открытом доступе).

7. Методические рекомендации преподавателям по дисциплине

Планирование лекционных и практических занятий осуществляется с учётом установленного количества часов.

Лекции составляют основу теоретического обучения и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрывают состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления. Ведущим методом лекционного занятия выступает устное изложение учебного материала.

Практические занятия направлены на формирование у обучающихся умений решать типовые задачи. Преподаватель оценивает знания и умения обучающихся путем проведения контрольной работы и проверки домашних заданий.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Дисциплина полностью обеспечена учебной литературой, представленной в печатном или электронном виде. Для осуществления образовательной деятельности по дисциплине рекомендуется следующая основная и дополнительная литература.

8.1. Основная литература:

1. Заика, Ю.В. Дифференциальные уравнения. Курс лекций / Ю.В. Заика. – Петрозаводск : КарНЦ РАН, 2012. – 215 с. URL: <https://edu.petrSU.ru/object/12619>
2. Заика, Ю.В. Управление и алгоритмы наблюдения и идентификации : Учебное пособие / Ю.В. Заика ; М-во образования РФ. Петрозавод. гос. ун-т ; Ин-т прикладных мат. исслед. КарНЦ РАН. – Петрозаводск, 2001. – 161 с.
3. Зубов, В. И. Лекции по теории управления: учеб. пособие /В. И. Зубов. – Изд. 2-е, испр. – Санкт-Петербург: ЛАНЬ, 2009. – 496 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература); (Лучшие классические учебники).
4. Качественное исследование непрерывных моделей популяционной динамики. Ч. 1: Динамические системы на прямой [Электронный ресурс] : учебное электронное пособие для обучающихся по направлениям подготовки бакалавриата "Математика" и "Прикладная математика и информатика" / [сост. Е.Е. Семёнова, О.А. Зятева]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Петрозав. гос. ун-т". - Электрон. текст. дан. — Петрозаводск : Изд-во ПетрГУ, 2018. <http://elibrary.karelia.ru/book.shtml?id=29495>
5. Чернецкий, В.И. Математическое моделирование динамических систем / В.И. Чернецкий. – Петрозаводск : Изд-во ПетрГУ, 1996. – 430 с.

8.2. Дополнительная литература:

1. Цветкова, О.Л. Теория автоматического управления : учебник / О.Л. Цветкова. - Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2016. - 207 с.
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=443415>
2. Шабаршина, И.С. Математические основы теории управления : учебник / И.С. Шабаршина, В.В. Корохов, Е.В. Корохова ; Министерство образования и науки РФ, Южный федеральный университет. - Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2016. - 130 с.
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=493310>
3. Андреева, Е.А. Оптимальное управление биологическими сообществами : учебное пособие / Е.А. Андреева, Н.А. Шилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова. - Архангельск : ИД САФУ, 2014. - 241 с. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=312265>
4. Ким, Д.П. Теория автоматического управления : учебное пособие / Д.П. Ким. - Москва : Физматлит, 2007. - Т. 1. Линейные системы. - 312 с.
[Электронный ресурс] <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69278>
[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108577.html>
5. Ким, Д.П. Теория автоматического управления : учебное пособие / Д.П. Ким. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2007. - Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. - 440 с.
[Электронный ресурс] <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69280>
[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108584.html>

6. Ким, Д.П. Сборник задач по теории автоматического управления / Д.П. Ким. – Москва : Физматлит, 2007. – 168 с.

[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108737.html>

1.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Обучающиеся и преподаватели ПетрГУ имеют доступ к ряду электронных библиотечных систем, к которым подключена Научная библиотека университета. Для электронных ресурсов используется лицензионное программное обеспечение.

Для поиска учебной и научной литературы обучающиеся используют следующие ЭБС:

- Электронная библиотека Республики Карелия <http://elibrary.karelia.ru/>
- Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru/>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента. Студенческая электронная библиотека» <http://www.studentlibrary.ru>
- другие базы данных, размещенные на сайте Научной библиотеки ПетрГУ в разделе «Электронные журналы и базы данных» <http://library.petsu.ru/collections/bd.shtml>

Для компьютерного анализа рассматриваемых моделей и проведения численных экспериментов можно использовать:

1. Свободно распространяемые системы компьютерной алгебры: *Maxima*, *Reduce*, *Axiom*.
Официальный сайт системы Maxima: <http://maxima.sourceforge.net/ru>.
Официальный сайт системы Reduce: <http://www.reduce-algebra.com>.
2. Пакет для математических и инженерных расчетов MathCAD
Петрозаводский университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного программного обеспечения.

8.4. Информационное обеспечение дисциплины в системе электронного (дистанционного) обучения:

Электронный ресурс, содержащий методические и справочные материалы по дисциплине размещен на сайте дисциплины:

https://math-it.petsu.ru/users/semenova/Theory_Uprav/index.asp (в открытом доступе).

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база ПетрГУ обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной подготовки обучающихся, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Минимально-необходимый перечень для информационно-технического и материально-технического обеспечения дисциплины:

- аудитория для проведения лекционных и практических занятий, оснащенная рабочими местами для обучающихся и преподавателя, доской, мультимедийным оборудованием;
- библиотека с читальным залом и залом для самостоятельной работы обучающегося, оснащенные компьютером с выходом в Интернет, книжный фонд библиотеки составляет специализированная научная, учебная и методическая литература,

- журналы (в печатном или электронном виде);
- дисплейный класс с установленными системами компьютерной алгебры MathCAD и Maxima.

Дата: 5 мая 2021 г.