

Лабораторная работа № 7

Уравнения и задачи на подбор параметра. Работа с надстройкой "Поиск решения"

Задание 1. Использование вычислительного инструмента «Подбор параметра»

1. Найдите корни уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[a; b]$. Начальное приближение корня определите, построив график функции $f(x)$ на заданном промежутке.

N варианта	$f(x)$	$[a; b]$	N варианта	$f(x)$	$[a; b]$
1	$\sin 5x + \cos x^2$	$[0; 2]$	7	$5 \cos 2x + \frac{x+2}{x}$	$[1,5; 6]$
2	$\ln \frac{x}{x-1} - 2 \sin x$	$[1; 8]$	8	$\sqrt{1-x} \cos 3x - \sin x$	$[-3; 0]$
3	$2x+1-4 \cos 2x$	$[-4; 1]$	9	$\ln(1-x) - 4 \cos 3x$	$[-4; -1]$
4	$\frac{1}{x^2+1} - \sin x$	$[0; 7]$	10	$\frac{\sqrt{2-x}}{x} + 3 \sin 2x$	$[-5; -1]$
5	$\sqrt{\frac{1}{x+1}} - 2 \cos 2x$	$[0; 4]$	11	$\sqrt{\frac{x}{x+2}} - 2 \sin 2x$	$[1; 6]$
6	$\sqrt{x+1} - 4 \sin x$	$[0; 8]$	12	$\sqrt{ \ln x } - 4 \cos 2x$	$[2; 6]$

2. Постройте математическую модель задачи и ответьте на поставленный вопрос.

Вариант 1. Имеются данные об анализе прибыльности новой книги:

- авторский гонорар составляет 12 млн. руб.;
- постоянные издержки на производство тиража книги в твердом переплете составляют 1 млн. руб.;
- постоянные издержки на производство тиража книги в мягкой обложке составляют 100 тыс. руб.;
- переменные издержки на производство одной книги в твердом переплете составляют 4 руб.;
- переменные издержки на производство одной книги в мягком переплете составляют 1 руб.;
- цена от продажи одной книги в твердом переплете составляет 15 руб.;
- цена от продажи одной книги в мягкой обложке составляет 4 руб.;
- книг в мягкой обложке будет продано в два раза больше, чем книг в твердом переплете.

Определите, сколько книг в твердом переплете нужно продать, чтобы достичь уровня безубыточности?

Вариант 2. Кафедра университета планирует провести конференцию, постоянные издержки на проведение которой составят 15 000 руб. Планируется заслушать 10 докладов. Организационный взнос для участника, выступающего с докладом, составляет 700 руб., а без выступления – 900 руб. Кафедре необходимо компенсировать университету затраты в

размере 300 руб. на питание и размещение каждого из участников конференции, включая лекторов.

Сколько должно быть участников конференции, чтобы проведение конференции было безубыточным?

Вариант 3. Для приготовления строительной смеси используется песок и гравий в пропорции 2:1 (две части песка и одна гравия). Одна тонна песка стоит 100 руб., а гравия – 400 руб. За изготовление и доставку одной тонны смеси необходимо заплатить 1 000 руб.

Сколько тонн смеси можно будет приобрести за 10 000 руб.?

Вариант 4. Необходимо приготовить 1 тонну мороженого с наполнителем. Для этого смешивают пломбир и шоколадную крошку. Мороженое стоит 150 000 руб. за тонну, а шоколад – 400 000 руб. за тонну.

Сколько надо взять мороженого и шоколада, чтобы средняя цена за 1 кг составила 160 руб.?

Вариант 5. Скачивание торрента А началось в 13:30 со скоростью 75 Кб/сек, а скачивание торрента Б началось в 14:00 со скоростью 200 Кб/сек. **Установите момент времени, когда размер скачанной информации в торрентах А и Б станет равным.**

Вариант 6. В книжный магазин для продажи поступили учебники по физике и математике. Когда продали 50% учебников по математике и 20% учебников по физике, что составило в общей сложности 390 книг, тогда учебников по математике осталось в 3 раза больше, чем по физике. **Сколько учебников по математике и сколько по физике поступило в продажу?**

Вариант 7. Некто разделил свой капитал в 30 300 руб. на 3 части, из которых вторая была на 1 200 руб., а третья на 4 500 руб. меньше первой. 22 сентября 1981 г. он поместил первую часть в банк под 4,5%, вторую – под $5\frac{1}{3}\%$ и третью – под 6%. **Когда общая прибыль со всех 3 частей составила сумму 2 349 руб.?** (Проценты простые)

Простые проценты – это метод начисления, при котором сумма процентов определяется в течение всего периода, исходя из первоначальной величины вклада, независимо от количества периодов начисления и их длительности.

Простые проценты начисляются по формуле: $ST = S \cdot \left(1 + \frac{T}{365} \cdot p\right)$, где ST – конечная

сумма, полученная вкладчиком по истечении периода T (в днях); S – первоначальная сумма вклада; p – ставка процентов по вкладу).

Вариант 8. Капитал в 3 400 руб. был помещен в банк под 5%. В то же самое время другой капитал в 3 250 руб. был пущен в оборот под 6%. (проценты простые, см. дополнение к задаче варианта 7). **Через сколько лет оба капитала вместе с процентами составят равные суммы?**

Вариант 9. Некто 23 мая 1981 г. положил в банк капитал в сумме 1 500 руб. под 4,5%. Спустя некоторое время он положил в другой банк еще 1 200 руб. под 5%. Таким образом, к 12 февраля 1983 г. процентные деньги, полученные с обоих капиталов, составили сумму 168,7917 руб. **Когда был помещен в банк второй капитал?** (проценты простые).

Вариант 10. Некто положил в банк 6 600 руб. под 6%. Спустя 10 месяцев и 26 дней после этого он положил в другой банк под 5% капитал в 5 400 руб. К 1 сентября 1992 г. доход с

капитала, положенного в первый банк, и доход с капитала, положенного во второй банк, составили вместе 1 994 руб. **Когда были открыт первый вклад?** (проценты простые).

Вариант 11. Велосипедист выехал из города N в 13:30 со скоростью 20 км/ч, а в 14:00 из города в том же направлении выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч. **Установите момент времени, когда автомобиль догонит велосипедиста.**

Вариант 12. Необходимо приготовить 10 тонн раствора из смеси двух растворов. Один раствор стоит 1000 руб. за 1 тонну другой – 1500 руб. за тонну. **Какое количество раствора каждого вида необходимо смешать, чтобы средняя цена за 1 кг составила 1,30 руб.?**

Задание 2. Решение задач с помощью надстройки «Поиск решения»

1. Найдите значения x , при которых функция $f(x)$ принимает наибольшее и наименьшее значения на отрезке $[a; b]$.

№ варианта	$f(x)$	$[a; b]$	№ варианта	$f(x)$	$[a; b]$
1	$\sin 5x + \cos x^2$	$[0; 1,2]$	7	$5 \cos 2x + \frac{x+2}{x}$	$[2; 5]$
2	$\ln \frac{x}{x-1} - 2 \sin x$	$[2; 8]$	8	$\sqrt{1-x} \cos 3x - \sin x$	$[-2,5; 0]$
3	$2x+1-4 \cos 2x$	$[-2; 0,1]$	9	$\ln(1-x) - 4 \cos 3x$	$[-4; -1,5]$
4	$\frac{1}{x^2+1} - \sin x$	$[1; 6]$	10	$\frac{\sqrt{2-x}}{x} + 3 \sin 2x$	$[-5; -2]$
5	$\sqrt{\frac{1}{x+1}} - 2 \cos 2x$	$[1; 3,5]$	11	$\sqrt{\frac{x}{x+2}} - 2 \sin 2x$	$[2; 5]$
6	$\sqrt{x+1} - 4 \sin x$	$[0; 6]$	12	$\sqrt{ \ln x } - 4 \cos 2x$	$[2,5; 5]$

2. Постройте математическую модель задачи и найдите ее решение.

Вариант 1. Небольшая фабрика изготавливает два вида красок: для наружных (№ 1) и внутренних (№ 2) работ. Продукция обоих видов поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два вида ресурсов – А и В. Максимально возможные суточные запасы этих ресурсов составляют 6 т и 8 т соответственно. Суточные расходы ресурсов А и В на 1 т соответствующих красок приведены в таблице.

Вид ресурса	Расход ресурсов на изготовление 1 т краски, т		Суточный запас ресурса, т
	Краска № 1	Краска № 2	
А	1	2	6
В	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску для внутренних работ (№ 2) никогда не превышает спрос на краску для наружных работ (№ 1) более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску № 2 никогда не превышает 2 т в сутки.

Прибыль в сутки от реализации одной тонны красок № 1 равна 3 тыс. ден. ед., а для краски № 2 – 2 тыс. ден. ед.

Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы суточная прибыль от реализации продукции была максимальной?

Вариант 2. Пошивочное предприятие намечает выпуск двух видов костюмов – мужских и женских. На женский костюм требуется 1 м шерсти, 2 м лавсана и 1 чел./день трудозатрат. На мужской костюм требуется 3,5 м шерсти, 0,5 м лавсана и 1 чел./день трудозатрат. Всего имеется 350 м шерсти, 240 м лавсана и 150 чел./день трудозатрат.

Определить, сколько костюмов каждого вида необходимо сшить, чтобы обеспечить максимальную прибыль, если прибыль от реализации одного женского костюма составляет 10 ден. ед., а одного мужского – 20 ден. ед. При этом следует иметь в виду, что необходимо сшить не менее 60 мужских костюмов.

Вариант 3. Для производства двух видов изделий А и В предприятие использует три вида сырья. Нормы расхода сырья каждого вида на изготовление единицы продукции данного вида приведены в таблице. В ней же указаны прибыль от реализации одного изделия каждого вида и общее количество сырья данного вида, которое может быть использовано предприятием.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие, кг		Общее количество сырья, кг
	А	В	
1	12	4	300
2	4	4	120
3	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	30	40	

Учитывая, что изделия А и В могут производиться в любых соотношениях (сбыт обеспечен), требуется составить такой план их выпуска, при котором прибыль предприятия от реализации всех изделий является максимальной.

Вариант 4. Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в таблице:

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	Стол	Шкаф	
Древесина (м ³):			
1 вида	0,2	0,1	40
2 вида	0,1	0,3	60
Трудоемкость (человеко-час)	1,2	1,5	371,4
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	6	8	

Определить, сколько столов и шкафов следует изготавливать, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Вариант 5. Для производства двух видов изделий – А и В – используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно изделие данного вида приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия.

Тип оборудования	Затраты времени на обработку одного изделия, ч		Общий фонд полезного рабочего времени оборудования, ч
	А	В	
Фрезерное	10	8	168
Токарное	5	10	180
Шлифовальное	6	12	144
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	14	18	

Найти план выпуска изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

Вариант 6. На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трех видов в количествах, соответственно равных 24, 32 и 18 шт. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки двумя способами. Количество получаемых заготовок при каждом способе раскроя приведено в таблице. В ней же указаны величины отходов, которые получаются при данном способе раскроя одного листа фанеры.

Вид заготовки	Количество заготовок при раскрое по способам 1 и 2, шт	
	1 способ	2 способ
1	2	6
2	5	4
3	2	3
Величина отходов (кв. см)	12	16

Определить, сколько листов фанеры и по какому способу следует раскроить, чтобы было получено не меньше нужного количества заготовок при минимальных отходах.

Вариант 7. На звероферме могут выращиваться черно-бурые лисицы и песцы. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используется три вида кормов. Количество корма каждого вида, которое должны ежедневно получать лисицы и песцы, приведено в таблице. В ней же указаны общее количество корма каждого вида, которое может быть использовано зверофермой, и прибыль от реализации одной шкурки лисицы и песца.

Вид корма	Ежедневное количество корма, усл. ед.		Общее количество корма, усл. ед.
	Лисица	Песец	
1	2	3	180
2	4	1	240
3	6	7	426
Прибыль от реализации одной шкурки (руб.)	16	12	

Определить, сколько лисиц и песцов следует выращивать на звероферме, чтобы прибыль от реализации их шкур была максимальной.

Вариант 8. Компания производит полки для ванных комнат двух размеров – А и В. Агенты по продаже считают, что в неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок. Для изготовления одной полки типа А требуется 2 кв. м материала, а для полки типа В требуется 3 кв. м материала. Компания может получить до 1200 кв. м материала в неделю. Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин машинного времени, а для изготовления одной полки типа В требуется 30 мин машинного времени. Машину можно использовать 160 ч в неделю.

Считая, что полки производятся круглосуточно (в три смены), прибыль от продажи одной полки типа А составляет 3 ден. ед., а от продажи одной полки типа В – 4 ден. ед., определить, сколько полок каждого типа следует выпускать в неделю, чтобы получить максимальную прибыль от их продажи.

Вариант 9. Небольшая фирма производит два вида продукции: столы и стулья. Для изготовления одного стула требуется 3 фута древесины, а для изготовления одного стола – 7 футов. На изготовление одного стула уходит 2 часа рабочего времени, а на изготовление одного стола – 8 часов. Каждый стул приносит 1 \$ прибыли, а каждый стол – 3 \$.

Сколько стульев и сколько столов должна изготовить эта фирма, если она располагает 420 футами древесины и 400 часами рабочего времени и хочет получить максимальную прибыль?

Вариант 10. Небольшое предприятие выпускает два набора удобрений для газонов – обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 фунта азотных, 4 фунта фосфорных и 1 фунт калийных удобрений, а в улучшенный – 2 фунта азотных, 6 фунтов фосфорных и 3 фунта калийных удобрений. Известно, что для некоторого газона требуется о меньшей мере 10 фунтов азотных, 20 фунтов фосфорных и 7 фунтов калийных удобрений. Обычный набор удобрений стоит 3 доллара, а улучшенный – 4 доллара.

Какие и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

Вариант 11. На имеющихся у фермера 400 акрах земли он планирует посеять кукурузу и сою. Сев и уборка кукурузы требуют на каждый акр 200 долларов затрат, а сои – 100 долларов. На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил ссуду в 60 тыс. долларов. Каждый акр, засеянный кукурузой, приносит 40 бушелей урожая, а каждый акр, засеянный соей, – 80 бушелей.

Фермер заключил договор на продажу своего урожая, по которому каждый бушель кукурузы принесет ему 3 доллара прибыли, а каждый бушель сои – 1 доллар прибыли. Однако, согласно этому договору, фермер обязан хранить убранное зерно в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. бушелей.

Фермеру хотелось бы знать, сколько акров земли нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

Вариант 12. На заводе используется сталь трех марок – А, В и С, запасы которых равны соответственно 10, 16 и 12 ед. Завод выпускает два вида изделий. Для изделия № 1 требуется по одной единице стали всех марок. Для изделия № 2 требуется 2 ед. стали марки В, 1 ед. стали марки С и не требуется сталь марки А. От реализации единицы изделия № 1 завод получает 300 руб. прибыли, а изделия № 2 – 200 руб. прибыли.

Составить план выпуска продукции, дающий наибольшую прибыль.