

Примерные задания контрольной работы № 3

Определенный интеграл и его приложения

1. Вычислить интегралы:

$$1) \int_0^{\pi/4} (x^2 + \sin 3x) dx;$$

$$2) \int_2^3 \frac{x+2}{x^2+x-2} dx;$$

$$3) \int_{-1}^{\ln 3} (x^2 - 3x)e^{-2x} dx;$$

$$4) \int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx.$$

(использование таблицы основных интегралов, формулы Ньютона-Лейбница, правила интегрирования по частям, приема замены переменной, приема разложения подынтегрального выражения (дробно-рациональное выражение) на простейшие дроби)

2. Вычислить несобственные интегралы (или установить их рас-

ходимость): 1) $\int_3^{+\infty} \frac{x^2}{x^2+4} dx$; 2) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$.

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

$$1) y = \frac{x}{x-3}, y = x, x = -2;$$

$$2) x = 4 - (y-1)^2, x = y^2 - 4y + 3.$$

4. Вычислить длину дуги кривой $y = \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \pi/3$.

5. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями:

$$y = (x-1)^2, x = 0, x = 2, y = 0.$$



Ответы

1. 1) $\frac{\pi^3}{192} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{1}{3}$ 2) $\ln 2$; 3) $e^2 + \frac{\ln(3)}{9} - \frac{\ln(3)^2}{18} + \frac{1}{18}$; 4) $1/6$.

2. 1) интеграл расходится; 2) $1/\ln 2$.

3.

1)		$S = \int_{-2}^0 \left(\frac{x}{x-3} - x \right) dx$ $S = \ln 27 - \ln 125 + 4$
2)		$f(y) = 4 - (y-1)^2,$ $g(y) = y^2 - 4y + 3,$ $S = \int_0^3 (f(y) - g(y)) dx = 9$

4. $\ln(\sqrt{3} + 2)$. 5. $V = \frac{2\pi}{5}$.