

Тема № 3

Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве

1. Выбрать из имеющегося списка прямых на плоскости пары:

- а) пересекающихся прямых,
- б) совпадающих прямых,
- в) прямых, не имеющих общих точек.

1) $2x + y + 3 = 0,$

$4x = 2y,$

$y = -2x,$

$7y + 14x + 5 = 0,$

$7x + 14y + 21 = 0;$

2) $x - y + 7 = 0,$

$2x = 4y,$

$x + y = 7,$

$3x - 2y + 15 = 0,$

$2x + 2y = 14.$

2. Составить уравнение прямой на плоскости, проходящей через две точки:

1) $M_1(2, 4)$ и $M_2(3, 1);$

2) $M_1(1, 1)$ и $M_2(2, -4).$

3. Даны прямые $l_1: 6x + 9y = 0,$ $l_2: x - 3y + 10 = 0$ и точка $M(4; 6).$

1) Составить уравнения прямой, проходящих через точку M параллельно прямой $l_1;$

2) Составить уравнение прямой, проходящей через точку M перпендикулярно прямой $l_1;$

3) Найти угол между прямыми l_1 и $l_2.$

4. Даны прямые $l_1: 4x - 6y = 0,$ $l_2: 5x + 3y + 13 = 0$ и точка $M(2; 7).$

1) Составить уравнения прямой, проходящих через точку M параллельно прямой $l_1;$

- 2) Составить уравнение прямой, проходящей через точку М перпендикулярно прямой l_1 ;
- 3) Найти угол между прямыми l_1 и l_2 .
5. Даны уравнения сторон треугольника:
 $x + y - 6 = 0$, $3x - 5y + 14 = 0$, $5x - 3y - 14 = 0$.
 Составить уравнения всех высот треугольника.
6. Даны уравнения сторон треугольника:
 $4x - 3y - 9 = 0$, $3x + 4y + 12 = 0$, $x - 2y + 4 = 0$.
 Определить координаты вершин треугольника.
7. Треугольник задан координатами своих вершин $A(-1; -3)$, $B(4; -5)$, $C(2; 1)$. Вычислить высоту, проведенную из вершины В.
8. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(-3; 4; 5)$ параллельно вектору $\vec{a} = (3; 3; -1)$.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(2; 0; -1)$ и $M_2(3; -5; 4)$.
10. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку А перпендикулярно вектору \overline{BC} :
- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) $A(1, 0, -2),$ | 2) $A(1, -1, 8),$ |
| $B(2, -1, 3),$ | $B(-4, -3, 10),$ |
| $C(0, -3, 2);$ | $C(-1, -1, 7).$ |
11. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки:
- 1) $M_1(3; -7; 1)$, $M_2(0; 2; 1)$, $M_3(4; 0; -1)$;
- 2) $M_1(1; -6; 0)$, $M_2(-1; 3; 0)$, $M_3(3; 1; -2)$.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 перпендикулярно к вектору \vec{n} :

1) $M_0(-1; 3; 0)$, $\vec{n} = (2; 0; -3)$;

2) $M_0(1; -3; 2)$, $\vec{n} = (9; 0; -5)$.

13. Найти угол между плоскостями:

1) $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$;

2) $x - 3y + z - 1 = 0$, $x + z - 1 = 0$.

14. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 параллельно векторам \vec{a} и \vec{b} :

1) $M_0(7; 1; -5)$, $\vec{a} = (0; 3; -1)$, $\vec{b} = (4; 9; -6)$;

2) $M_0(6; 2; -4)$, $\vec{a} = (1; 2; 0)$, $\vec{b} = (3; 8; -5)$.

15. Написать канонические уравнения прямой, которая является пересечением двух плоскостей:

1) $2x + y + z - 2 = 0$, $2x - y - 3z + 6 = 0$;

2) $x - 3y + 2z + 2 = 0$, $x + 3y + z + 14 = 0$.

16. Найти точку пересечения прямой и плоскости:

1) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$, $x + 2y + 3z - 14 = 0$;

2) $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}$, $x - 3y + 7z - 24 = 0$.

17. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; 2; -2)$ и перпендикулярной к плоскостям $3x - 2y - z + 1 = 0$ и $x - y - z = 0$.

18. Можно ли провести плоскость через следующие точки:

$A(1; -1; 1)$, $B(0; 2; 4)$, $C(1; 3; 3)$, $D(4; 0; -3)$?

19. Прямая в пространстве задана общими уравнениями. Записать ее канонические уравнения:

$$1) \begin{cases} x - 2y + z - 1 = 0, \\ 3x + y - 5 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 2y - 1 = 0, \\ 3x - 5y + 4z + 2 = 0. \end{cases}$$