

Задание 1

Изменить порядок интегрирования:

$$1. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$$

$$2. \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$$

Задание 2

Вычислить интеграл:

$$\iint_D (x^2 y^2 + 25x^4 y^4) dx dy,$$

где область D ограничена линиями

$$x = 1, \quad y = x^3, \quad y = -\sqrt[3]{x}.$$

Задание 3

1. Переходя к полярным координатам, вычислите двойной интеграл $\iint_D y dx dy$, где область D определяется неравенствами $x^2 + y^2 \leq 1$, $y \geq 0$.

2. Переходя к полярным координатам, вычислите интеграл:

$$\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy$$

Задание 4

Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 50, \quad x = \sqrt{5y}, \quad x = 0, \quad z = 0, \quad z = y.$$

Задание 5

Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода

$$\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy,$$

где L – парабола $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$).

Задание 6

Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода

$$\int_{AB} \sin y dx + \sin x dy,$$

где AB – отрезок прямой между точками $A(0, \pi)$ и $B(\pi, 0)$.

Задание 7

Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода

$$\int_L (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy,$$

где L – кривая $y = 1 - |1 - x|$ ($0 \leq x \leq 2$).

Задание 8

Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода

$$\int_L y^2 dy - x^2 dx,$$

где L – кривая, заданная уравнениями

$$x = 1 + t, \quad y = t^2, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Задание 9

Исследовать на экстремум следующие функции:

1. $z = x^2 + (y - 1)^2;$

2. $z = x^3 + y^3 - 3xy;$

3. $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$

Задание 10

Найти решение задачи Коши:

$$y'' + 4y' + 5y = 0, \quad y(0) = -3, \quad y'(0) = 0.$$

Задание 11

Найти решение системы:

$$\begin{cases} x'(t) = x - y, \\ y'(t) = y - 4x. \end{cases}$$