Задание 1

Определенный интеграл $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}(x+2)\sin x dx$ равен …

Укажите один вариант ответа

- $\dfrac{6+3\sqrt{3}-\pi}{6}$
- $\dfrac{\pi-6-3\sqrt{3}}{6}$
- $\dfrac{6-3\sqrt{3}-\pi}{6}$
- $\dfrac{3\sqrt{3}-18-\pi}{6}$

Задание 2

Частные производные первого порядка функции $z = \ln\left(x^2 y^3 + 5xy + 3\right)$ имеют вид …

Выберите ***не менее двух*** *вариантов*

- [ ] $\dfrac{6xy^2 + 5}{x^2 y^3 + 5xy + 3}$
- [ ] $\dfrac{2xy^3 + 5y}{x^2 y^3 + 5xy + 3}$
- [ ] $\dfrac{1}{x^2 y^3 + 5xy + 3}$
- [ ] $\dfrac{3x^2 y^2 + 5x}{x^2 y^3 + 5xy + 3}$

Задание 3

Частная производная $\frac{\partial u}{\partial y}$ функции $u = 4 - xy^2 + 2x^3y^2z - 3yz^2$ имеет вид …

Укажите один вариант ответа

- $-y^2 + 6x^2y^2z$
- $4 - 2xy + 4x^3yz - 3z^2$
- $2x^3y^2 - 6yz$
- $-2xy + 4x^3yz - 3z^2$

Задание 4

Частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = e^{3x^2 - 2xy}$ имеет вид …

Укажите один вариант ответа

- $-2xe^{3x^2 - 2xy}$
- $4x^2 e^{3x^2 - 2xy}$
- $-2(1 + 6x^2 - 2xy)e^{3x^2 - 2xy}$
- $4x^2 e^{3x^2 - 2xy - 2}$

Задание 5

Дана функция $u = 5 - 4xy^2 + 3x^2z - 2yz^2$. Тогда производная $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$ равна …

Укажите один вариант ответа

- $3x^2 - 4yz$
- $6x$
- $5 - 4z$
- $-4z$

Задание 6

Модуль градиента функции нескольких переменных $u = \ln\left(x^2 + y^2 - z^2\right)$ в точке $A(1;2;1)$ равен …

Укажите один вариант ответа

- $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- 1
- $1{,}5$
- $\sqrt{2}$

Задание 7

Если S – площадь фигуры, ограниченной параболой $y = -x^2 + 5x - 4$ и осью Ox, то значение $4S$ равно …

Задание 8

Объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox криволинейной трапеции, ограниченной параболой $y = 3x - x^2$ и осью Ox, равен …

Укажите один вариант ответа

- $\frac{71}{10}\pi$
- $\frac{81}{10}\pi$
- $\frac{9}{2}\pi$
- $\frac{1377}{20}\pi$

Задание 9

Двойной интеграл $\iint\limits_{S} dxdy$ по области S, ограниченной линиями $x=1$, $x=4$, $y=0{,}25x^2$, $y=2x$, равен …

Укажите один вариант ответа

- $\dfrac{117}{12}$
- 15
- $\dfrac{139}{12}$
- $\dfrac{81}{4}$

Задание 10

Уравнение $(x^2+1)y' - y\sin x = y^2 tgx$ является …

Укажите один вариант ответа

- дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными
- линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами
- линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка
- уравнением Бернулли

Задание 11

Установите соответствие между дифференциальным уравнением первого порядка и его общим решением.

1. $y' + ytgx = 0$
2. $y' - ytgx = 0$

Установите ***соответствие*** *между объектами задания и вариантами ответа*

- [ ] $y = \dfrac{C}{\cos x}, C \in R$
- [ ] $y = C - \cos x, C \in R$
- [ ] $y = C \cos x, C \in R$

Задание 12

Общее решение дифференциального уравнения $xy' + y = \sin x$ имеет вид …

Укажите один вариант ответа

- $y = \dfrac{C - \cos x}{x}$
- $y = C - \dfrac{\cos x}{x}$
- $y = \dfrac{C + \cos x}{x}$
- $y = \dfrac{1}{x} - \cos x + C$

Задание 13

Установите соответствие между линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка и его частным решением.

1. $y'' - 6y' + 13y = 0$
2. $y'' + 6y' + 13y = 0$
3. $y'' + 4y' + 5y = 0$

Установите ***соответствие*** *между объектами задания и вариантами ответа*

- [ ] $y = e^{3x} \cos 2x$
- [ ] $y = e^{-2x} \cos 3x$
- [ ] $y = e^{-2x} \sin x$
- [ ] $y = e^{-3x} \cos 2x$

Задание 14

Частные решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + y' - 12y = xe^{-4x}$ могут иметь вид …

Выберите ***не менее двух*** *вариантов*

- [ ] $\bar{y} = x(x+1)e^{-4x}$
- [ ] $\bar{y} = (x^3+1)e^{-4x}$
- [ ] $\bar{y} = x^2(x+1)e^{-4x}$
- [ ] $\bar{y} = x^2e^{-4x}$

Задание 15

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 4y + 5x \end{cases}$

имеет вид …

Укажите один вариант ответа

- $x = C_1 e^{-t} + C_2 e^{5t},\ y = -C_1 e^{-t} + 5C_2 e^{5t}$
- $x = C_1 e^{-t} + C_2 e^{5t},\ y = 5C_1 e^{-t} - C_2 e^{5t}$
- $x = C_1 e^{-4t} + C_2 e^{-5t},\ y = -4C_1 e^{-4t} - 5C_2 e^{-5t}$
- $x = C_1 e^{t} + C_2 e^{-5t},\ y = C_1 e^{t} - 5C_2 e^{-5t}$

Задание 16

Однородным дифференциальным уравнением первого порядка являются дифференциальные уравнения …

Выберите ***не менее двух*** *вариантов*

- [ ] $(2y+3)y' + x(y^2 - 1) = 0$
- [ ] $(x^2 - 2y^2)y' - y(x+y) = 0$
- [ ] $(2x+3y)y' + y - 4x = 0$
- [ ] $(x^2 - 2)y' - y^3(x+1) = 0$

Задание 17

Общий интеграл дифференциального уравнения $\sqrt{6+x^2}\sin y \cdot y' - x = 0$ имеет вид …

Укажите один вариант ответа

- $\dfrac{x}{\sqrt{6+x^2}}\cos y + 1 = C$
- $\cos y + \sqrt{6+x^2} = C$
- $\cos y - \sqrt{6+x^2} = C$
- $2\cos y + \sqrt{6+x^2} = C$

Задание 18

Решение задачи Коши $xy' - y = 3x,\ \ y(1) = 6$ имеет вид …

Укажите один вариант ответа

- $y = 3x(1 + \ln|x|)$
- $y = 3x(2 + \ln|x|)$
- $y = x(C + 3\ln|x|)$
- $y = x(6 + \ln|x|)$

Задание 19

Установите соответствие между дифференциальным уравнением второго порядка и его общим решением.

1. $y'' + 8y' + 16y = 0$
2. $y'' - 8y' + 16y = 0$
3. $y'' + 4y' + 13y = 0$

Установите ***соответствие*** *между объектами задания и вариантами ответа*

- [ ] $y = (C_1 + C_2 x) \cdot e^{-4x}$
- [ ] $y = e^{-2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$
- [ ] $y = C_1 \cdot e^{-2x} + C_2 \cdot e^{3x}$
- [ ] $y = (C_1 + C_2 x) \cdot e^{4x}$

Ответы к заданиям

1	$\dfrac{6+3\sqrt{3}-\pi}{6}$	**11**	$y'+y\,\mathrm{tg}\,x=0 \to y=C\cos x,$ $y'-y\,\mathrm{tg}\,x=0 \to y=\dfrac{C}{\cos x}$
2	$\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{2xy^3+5y}{x^2y^3+5xy+3},$ $\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{3x^2y^2+5x}{x^2y^3+5xy+3}$	**12**	$y=\dfrac{C-\cos x}{x}$
3	$\dfrac{\partial u}{\partial y}=-2xy+4x^3yz-3z^2$	**13**	$y''-6y'+13y=0 \to y=e^{3x}\cos 2x,$ $y''+6y'+13y=0 \to y=e^{-3x}\cos 2x,$ $y''+4y'+5y=0 \to y=e^{-2x}\sin x,$
4	$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=4x^2e^{3x^2-2xy}$	**14**	$y_ч=x(x+1)e^{-4x}, \quad y_ч=x^2e^{-4x}$
5	$\dfrac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}=-4z$	**15**	$x(t)=C_1e^{-t}+C_2e^{5t},$ $y(t)=-C_1e^{-t}+5C_2e^{5t}$
6	$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$	**16**	$(x^2-2y^2)y'-y(x+y)=0,$ $(2x+3y)y'+y-4x=0$
7	18	**17**	$\cos y+\sqrt{6+x^2}=C$
8	$\dfrac{81\pi}{10}$	**18**	$y=3x(2+\ln\lvert x\rvert)$
9	$\dfrac{117}{12}=\dfrac{39}{4}$	**19**	$y''+8y'+16y=0 \to y=(C_1+C_2x)e^{-4x},$ $y''-8y'+16y=0 \to y=(C_1+C_2x)e^{4x},$ $y''+4y'+13y=0 \to$ $y=e^{-2x}(C_1\cos 3x+C_2\sin 3x)$
10	Уравнение Бернулли		