

Контрольные вопросы по теме  
«Функции нескольких переменных»

1. Область определения функции нескольких переменных (ФНП).  
График функции, линии и поверхности уровня.
2. Предел и непрерывность (ФНП) в точке.
3. Вычислить  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{x^2 + y^3}{2x - 3y}$ .
4. Непрерывность ФНП в области.
5. Свойства непрерывных ФНП.
6. Исследуйте функции на непрерывность:  
1)  $u = \sqrt[3]{x^2 + y^3 - z^4}$ ,    2)  $z = \frac{2x + y}{x - y}$ .
7. Частная производная ФНП.
8. Производная по направлению.
9. Градиент.
10. Касательная плоскость, нормаль к поверхности.
11. Дифференцирование сложной функции.
12. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  для функции  $z = u^2 + v^3$ , где  $u = \sqrt{xy}$ ,  $v = \frac{x}{y}$ .
13. Частные производные высших порядков.
14. Найти  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  и  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$  для функции  $z = \sin(x^2 + y^3)$ .
15. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
16. Достаточное условие экстремума функции 2-х переменных.
17. Алгоритм исследования функции  $z = f(x, y)$  на экстремум. Исследуйте на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
18. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^3 + y^3 - 3xy$  в области, ограниченной прямыми  $x = -1$ ,  $x = 2$ ,  $y = -1$ ,  $y = 3 - x$ .
19. Определение двойного интеграла, его геометрический и механический смысл.

20. Свойства двойного интеграла.

21. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.

22. Какому повторному интегралу равен двойной интеграл

$$\iint_P f(x, y) dx dy, \text{ где } P \text{ – прямоугольник, описываемый условиями}$$
$$\begin{cases} 2 \leq x \leq 4, \\ 1 \leq y \leq 2. \end{cases}$$

23. Какому повторному интегралу равен двойной интеграл

$$\iint_D f(x, y) dx dy, \text{ где область } D \text{ ограничена линиями}$$
$$y = \sqrt{x}, \quad y = x, \quad x = 1, \quad x = 3.$$

24. Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$$

25. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x^2 y) dx dy$ , если область  $D$  ограничена линиями  $y = x^2$ ,  $y = 1$ .

26. Замена переменных в двойном интеграле, переход к полярным координатам.

27. Преобразовать к полярным координатам и вычислить двойной интеграл  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , где область  $D$  определяется условиями:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1, \\ x^2 + y^2 \leq 4, \\ x \geq 0. \end{cases}$$