

Функции нескольких переменных

1. Область определения функции нескольких переменных (ФНП). График функции, линии и поверхности уровня.
2. Предел и непрерывность (ФНП) в точке.
3. Вычислить $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{x^2 + y^3}{2x - 3y}$.
4. Непрерывность ФНП в области.
5. Исследуйте функции на непрерывность:
 - 1) $u = \sqrt[3]{x^2 + y^3 - z^4}$, 2) $z = \frac{2x + y}{x - y}$.
6. Частная производная ФНП.
7. Производная по направлению.
8. Градиент.
9. Касательная плоскость, нормаль к поверхности.
10. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ для функции $z = u^2 + v^3$, где $u = \sqrt{xy}$, $v = \frac{x}{y}$.
11. Частные производные высших порядков.
12. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ для функции $z = \sin(x^2 + y^3)$.
13. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
14. Достаточное условие экстремума функции 2-х переменных.
15. Алгоритм исследования функции $z = f(x, y)$ на экстремум. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
16. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^3 + y^3 - 3xy$ в области, ограниченной прямыми $x = -1$, $x = 2$, $y = -1$, $y = 3 - x$.
17. Определение двойного интеграла, его геометрический и механический смысл.
18. Свойства двойного интеграла.
19. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.

20. Какому повторному интегралу равен двойной интеграл

$$\iint_P f(x, y) dx dy, \text{ где } P - \text{прямоугольник, описываемый условиями}$$

$$\begin{cases} 2 \leq x \leq 4, \\ 1 \leq y \leq 2. \end{cases}$$

21. Какому повторному интегралу равен двойной интеграл

$$\iint_D f(x, y) dx dy, \text{ где область } D \text{ ограничена линиями}$$

$$y = \sqrt{x}, \quad y = x, \quad x = 1, \quad x = 3.$$

22. Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$$

23. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x^2 y) dx dy$, если область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = 1$.

24. Замена переменных в двойном интеграле, переход к полярным координатам.

25. Преобразовать к полярным координатам и вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \text{ где область } D \text{ определяется условиями:}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1, \\ x^2 + y^2 \leq 4, \\ x \geq 0. \end{cases}$$