

## Определенный интеграл и его приложения

1. Интегральная сумма. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла.

2. Какому из перечисленных интегралов:

A)  $\int_0^1 x^2 dx$ ,      B)  $\int_0^1 x dx$ ,      C)  $\int_1^2 x^2 dx$ ,      D)  $\int_1^2 x dx$ .

равен предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3}$  ?

3. Формула Ньютона-Лейбница.

4. Геометрический смысл определенного интеграла.

5. Интегрирование по частям.

6. Применяя формулу интегрирования по частям, вычислите интеграл  $\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$ .

7. Замена переменной в определенном интеграле.

8. С помощью подходящей замены вычислите интеграл  $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ .

9. Докажите, что если функция  $f(x)$  – четная, то  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ .

10. Докажите, что если функция  $f(x)$  – нечетная, то  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ .

11. Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площади плоской фигуры, вычисление длины кривой, вычисление объема тела вращения, вычисление площади поверхности вращения).

12. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 2x^2 + 1$  и  $y = x + 1$ .

13. Вычислите объем тела, которое образовано вращением плоской фигуры, ограниченной графиками  $y = x - x^2$  и  $y = 0$  вокруг

- 1) оси OX,
- 2) оси OY.

14. Несобственный интеграл по конечному промежутку. Признак сходимости.

15. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$  или установить его расходимость.

16. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку. Признак сходимости.

17. Исследуйте на сходимость интегралы:

1)  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$ ,      2)  $\int_1^{+\infty} \frac{1 + \ln x}{x} dx$ .