

Производные и дифференциалы функции одной переменной

1. Производная функции в точке.
2. Дифференциал функции в точке.
3. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций.
4. Производная сложной функции.
5. Производная обратной функции.
6. Производная функции, заданной параметрически.
7. Пользуясь определением, выведите формулы производных функций:

$$1) f(x) = x^2, \quad 2) f(x) = \frac{1}{x}, \quad 3) f(x) = \cos x.$$

8. Таблица производных:

$c' = 0, \quad c = \text{const},$	$(\text{tg } x)' = \frac{1}{\cos^2 x},$
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1},$	$(\text{ctg } x)' = -\frac{1}{\sin^2 x},$
$(a^x)' = a^x \ln a, \quad (a > 0, a \neq 1),$ $(e^x)' = e^x,$	$(\text{arctg } x)' = \frac{1}{1+x^2},$
$(\ln x)' = \frac{1}{x},$	$(\text{arcctg } x)' = -\frac{1}{1+x^2},$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, \quad (a > 0, a \neq 1),$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$
$(\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x,$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$

9. Найдите первые производные и дифференциалы функций:

$y = \sqrt{x + \sqrt{x}},$	$y = e^{2x} \sin(x^2 + 1),$	$y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}),$
$y = \frac{x-1}{x^2 + x - 2},$	$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \frac{1-x}{1+x},$	$y = \frac{x}{(x+1)(x+2)(x+3)}.$
$y = \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}}$		

10. Геометрический смысл производной. Касательная к графику функции в точке. Уравнение касательной.
11. Физический смысл производной.

12. Применение производной к исследованию функций. Исследование на монотонность и экстремум.
13. Исследовать на монотонность и экстремум функцию $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$.
14. Исследование функций на выпуклость, вогнутость и перегиб при помощи второй производной.
15. Исследовать на выпуклость, вогнутость и перегиб функцию $y = \sqrt[3]{x+2}$.