

# МОДЕЛЬ КОЛМОГорова «ХИЩНИК-ЖЕРТВА»

Положения равновесия. Фазовые портреты

# Модель «хищник-жертва»

2

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = K_1(N_1)N_1 - L(N_1)N_2 \\ \frac{dN_2}{dt} = K_2(N_1)N_2 \end{cases}$$

$N_1(t)$  — численность жертвы,  $N_2(t)$  — численность хищника

Свойства функций  $K_1(N_1)$ ,  $K_2(N_1)$ ,  $L(N_1)$ :

- 1)  $K_1(N_1), K_2(N_1), L(N_1) \in C^{(1)}(\mathbb{R}_0^+)$ ;
- 2)  $K_1'(N_1) < 0 \quad \forall N_1 \geq 0, \quad K_1(0) > 0 > K_1(+\infty)$ ;
- 3)  $K_2'(N_1) > 0 \quad \forall N_1 \geq 0, \quad K_2(0) < 0 < K_2(+\infty)$ ;
- 4)  $L(N_1) > 0 \quad \forall N_1 > 0, \quad L(0) = 0$ .

# Существование и устойчивость положений равновесия

3

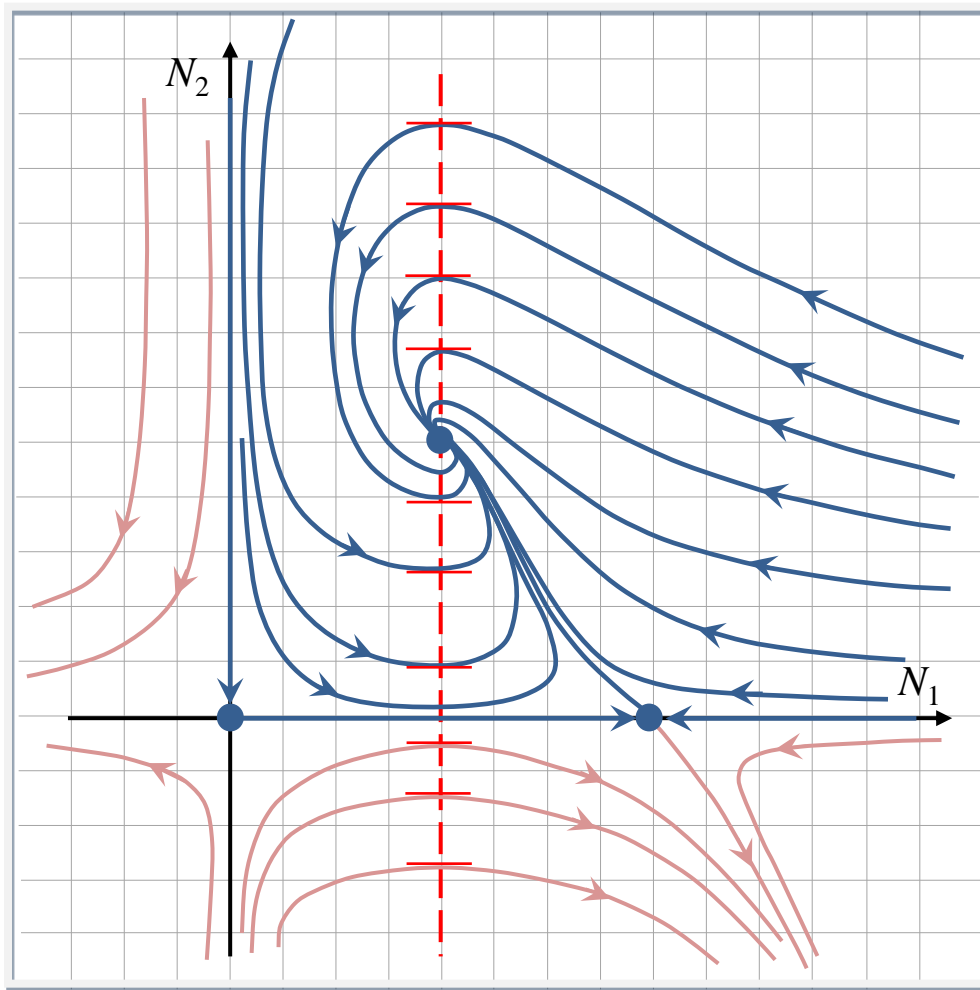
		$P_0(0;0)$	$P_1(A;0)$	$P_2(B;C)$	
				$\sigma^2 \geq 4C \cdot L(B) K_2'(B)$	$\sigma^2 < 4C \cdot L(B) K_2'(B)$
$B > A$		Седло	УУ	УУ	
$B = A$			У-С		
$B < A$	$\sigma > 0$		Седло	НУ	НФ
	$\sigma < 0$	УУ		УФ	

$$K_1(A)=0, \quad K_2(B)=0, \quad C = \frac{K_1(B)B}{L(B)}$$

$$\sigma = K_1(B) + K_1'(B)B - L'(B)C$$

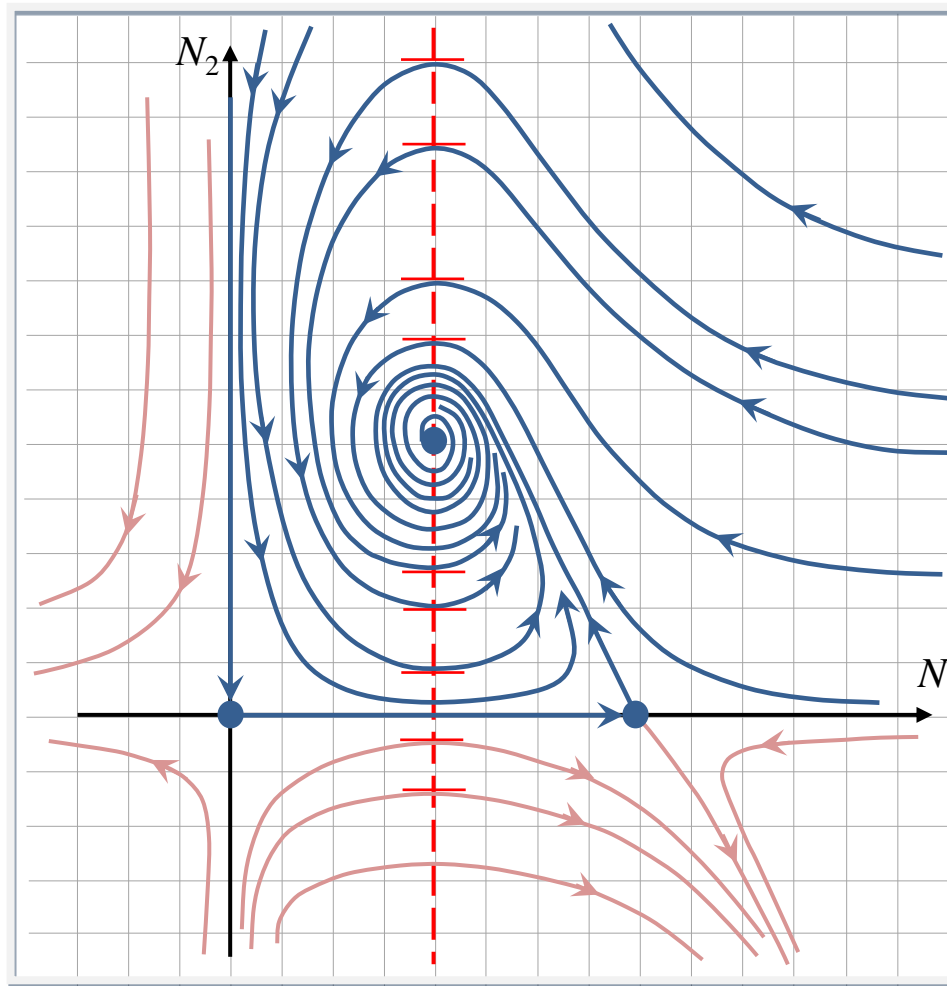
# $A > B$ (Седло – УУ – Седло)

4



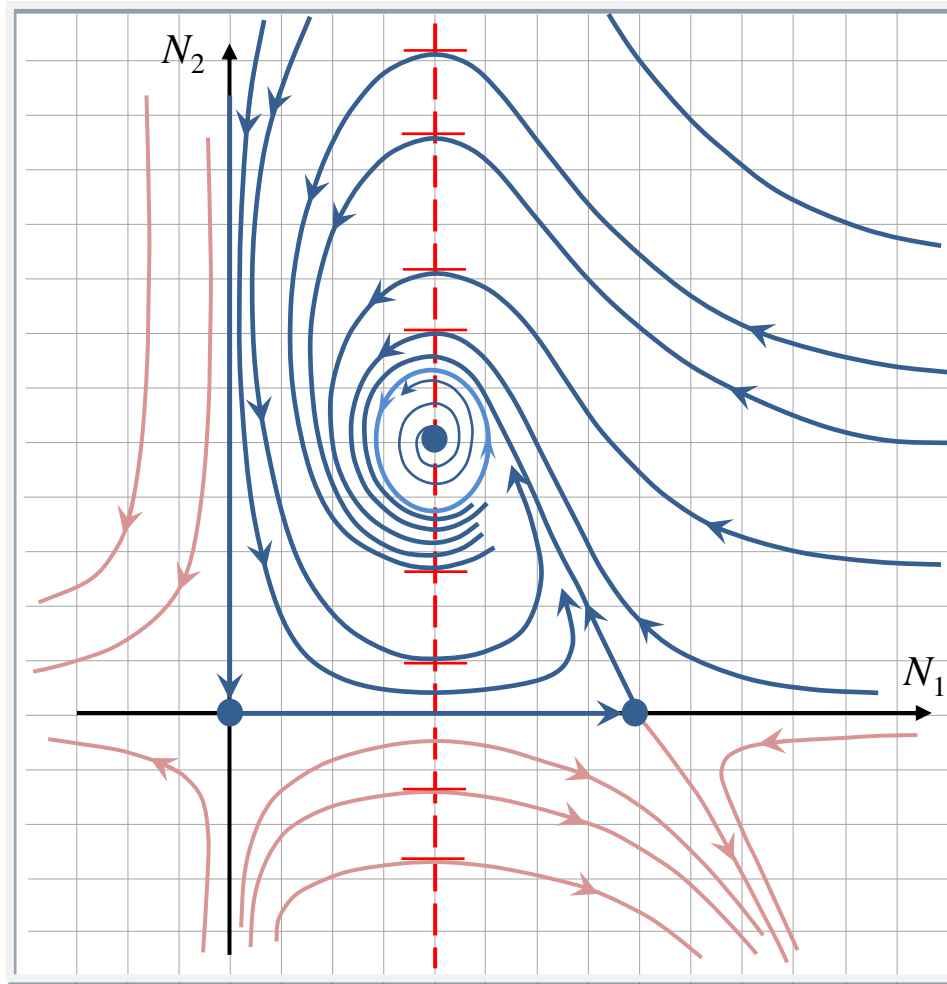
# $A > B$ (Седло – УФ – Седло)

5



# $A > B$ (пределный цикл)

6



# Пример (предельный цикл)

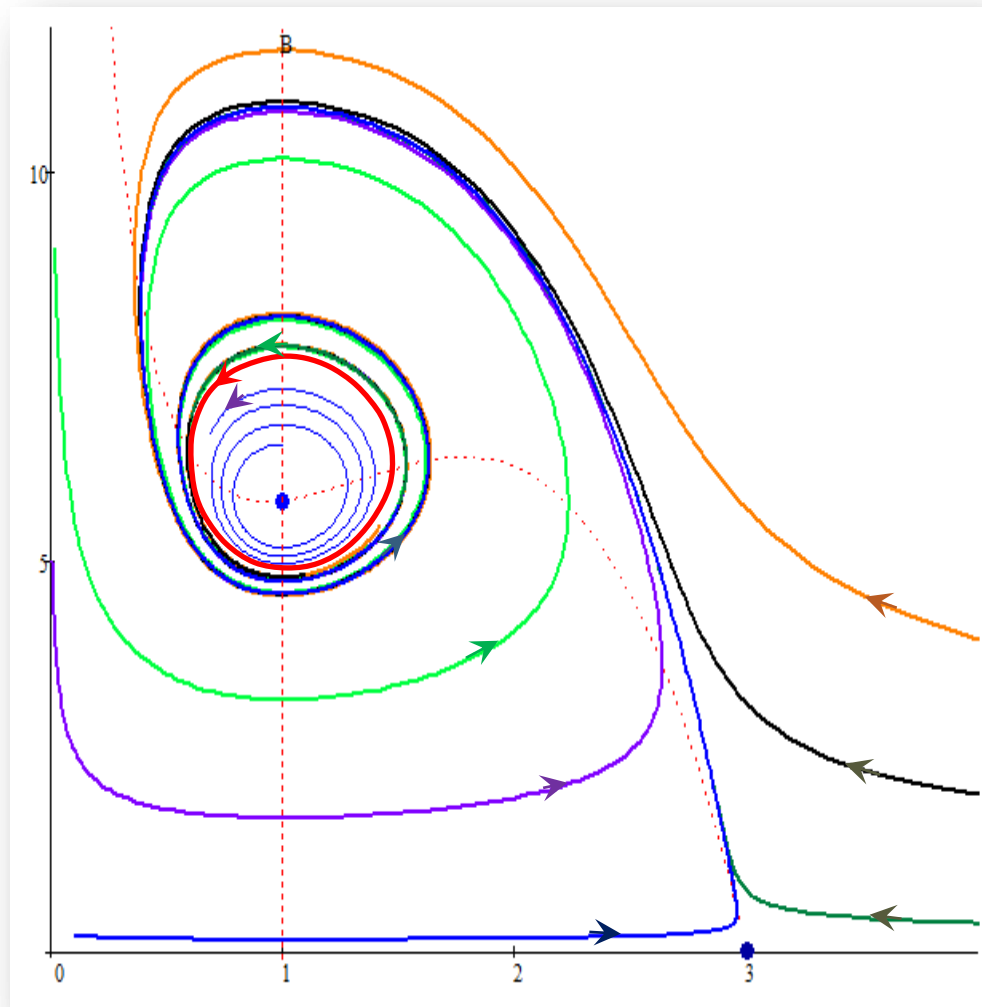
7

$$K_1(N_1) = (3 - N_1),$$

$$K_2(N_1) = \sqrt{N_1} - 1,$$

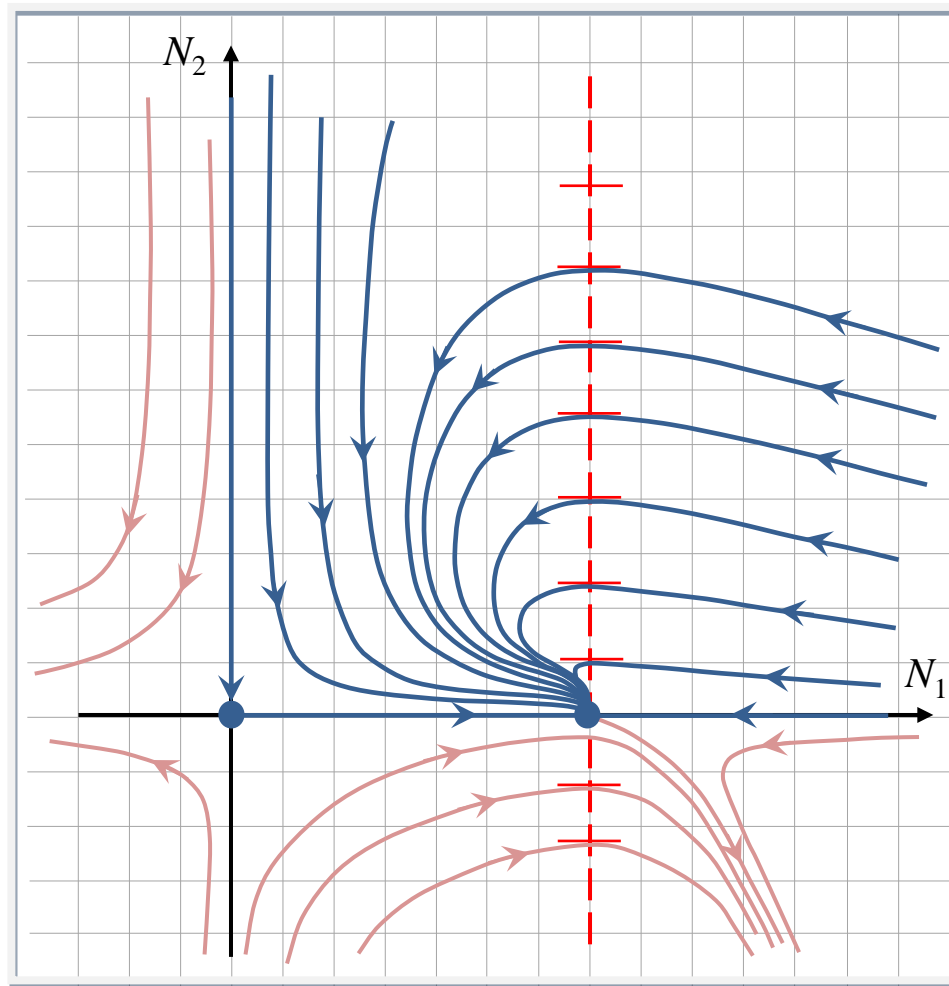
$$L(N_1) = \frac{\ln(N_1^2 + 1)}{N_1^2 + 1},$$

$$\sigma \approx 0,155 > 0$$



# $A=V$ (Бифуркация «седло-узел»)

8





# $A < B$ (Седло – уу)

9

