Вопросы к экзамену по курсу
«Математические модели в экологии»
(2 семестр, 2019/20 уч. год))

1. Простейшие модели популяционной динамики: модель Мальтуса, модель Гомпертца, модель Ферхюльста-Пирла.
2. Построение интегральных кривых для дифференциального уравнения dN/dt=f(N) с заданной правой частью. Понятие устойчивости решения (по Ляпунову). Свойства функции f(N), определяющие устойчивость положения равновесия.
3. Модель Ферхюльста-Пирла. Свойства решений. Может ли численность популяции увеличиться в k раз по сравнению с ее начальным значением? Если да, то, сколько времени потребуется на такое увеличение?
4. Непрерывная модель динамики возрастной структуры популяции в стационарной среде. Интегральное уравнение рождаемости.
5. Положения равновесия разностных уравнений первого порядка Nt+1= F(Nt), t=0,1,2,… Критерии устойчивости положения равновесия. Геометрическая интерпретация. Понятие цикла и его устойчивость (цикл длины 2).
6. Классическая модель Лесли. Характеристическое уравнение, свойства его корней. Условие примитивности матрицы Лесли.
7. Построение общего решения классической модели Лесли. Собственные вектора-столбцы и вектора-строки матрицы Лесли. Вычисление произвольных коэффициентов решения по заданному начальному возрастному распределению. Положения равновесия в модели Лесли. Условие существования ненулевого положения равновесия.
8. Классическая модель Лесли. Предельная возрастная функция. Свойство ее периодичности в случае, когда существует "k" различных собственных значений матрицы Лесли, по модулю равных 1.
9. Понятие устойчивого многочлена. Необходимое условие устойчивости многочлена. Критерий Рауса-Гурвица.
10. Классификация положений равновесия линейных систем дифференциальных уравнений
$$\frac{dx}{dt} = a_1 x + b_1 y, \qquad \frac{dy}{dt} = a_2 x + b_2 y,$$
    Критерий Ляпунова устойчивости положения равновесия. Построение фазовых портретов.
11. Положения равновесия систем дифференциальных уравнений вида:
$$\frac{dx}{dt} = f(x, y), \qquad \frac{dy}{dt} = g(x, y),$$
    исследование их на устойчивость.
12. Классическая модель "хищник-жертва" (модель Лотки-Вольтерры). Уравнение фазовых траекторий системы. Свойство замкнутости траекторий. Положения равновесия. При какой численности жертвы (хищника) численность хищника (жертвы) достигает максимального и минимального значений? Геометрическое место точек фазовых траекторий, которые соответствуют максимальной (минимальной) численности популяции хищника (жертвы).
13. Анализ математической модели, описывающей сосуществование двух видов-близнецов (задача № 81).