

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Петрозаводский государственный университет

Институт математики и информационных технологий
Кафедра прикладной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ К.Г. Тарасов

«___» _____ 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОЛОГИИ

Направление подготовки бакалавриата
01.03.01 Математика

Форма обучения *очная*

Петрозаводск
2018

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 943 и учебным планом по направлению подготовки бакалавриата 01.03.01 Математика.

Разработчик:

Семенова Елена Евгеньевна, доцент кафедры прикладной математики и кибернетики Института математики и информационных технологий ПетрГУ, к.ф.-м.н., доцент

Эксперт:

Заика Юрий Васильевич, главный научный сотрудник лаборатории моделирования природно-технических систем Института прикладных математических исследований КарНЦ РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики и кибернетики

Протокол № ____ от «__» июня 2018 г.

И. о. заведующего кафедрой _____ (к.ф.-м.н., доцент, Пешкова И.В.)

СОГЛАСОВАНО:

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании учебно-методической комиссии Института математики и информационных технологий
Протокол № ____ от «__» _____ 2018 г.

Директор института _____ (к.ф.-м.н., доцент, Светова Н.Ю.)

Начальник методического отдела
учебно-методического управления ПетрГУ _____ И.В. Маханькова

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) бакалавриата

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код и этап формирования компетенции	Формулировка компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы достижения компетенции)
ОПК-1 (итоговый)	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<p>Знать: основные понятия и термины теории динамических систем (ДС); методы качественного исследования ДС (в частности, методы Ляпунова).</p> <p>Уметь: проводить качественное исследование ДС (определять положения равновесия и предельные циклы, исследовать их на устойчивость; строить фазовые и параметрические портреты ДС; определять бифуркационные значения параметров модели и строить бифуркационные диаграммы).</p> <p>Владеть: методами качественного исследования популяционных моделей, описываемых дифференциальными и разностными уравнениями.</p>
ПК-2 (итоговый)	Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	<p>Знать: эталонные модели популяционной динамики; концептуальные основы построения экологических моделей и методы их качественного исследования.</p> <p>Уметь: строить простейшие математические модели экологических систем, проводить их качественное исследование; давать постановки задач управления динамикой экосистем; моделировать динамику биологических популяций с помощью клеточных автоматов; использовать пакеты компьютерной математики для проведения численных экспериментов с моделями.</p> <p>Владеть: методами математического и компьютерного моделирования, графического представления результатов анализа динамических систем.</p>

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата и язык преподавания

Дисциплина «Математические модели в экологии» входит в вариативную часть учебного плана основной образовательной программы бакалавриата по данному направлению подготовки и является *дисциплиной по выбору*.

Согласно учебному плану дисциплина проводится в 8 семестре.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении образовательной программы предыдущего уровня, а также при изучении дисциплин учебного плана данной образовательной программы: *Алгебра, Математический анализ, Дискретная математика, Дифференциальные уравнения (обыкновенные дифференциальные уравнения), Уравнения с частными производными, Компьютерные технологии в математике, Численные методы*.

Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы для выполнения научно-исследовательской работы в области математического моделирования физических, биологических, экологических, экономических, социальных и других процессов живой и неживой природы.

Язык преподавания – русский.

3. Виды учебной работы и тематическое содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы или 108 академических часов.

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Объем в академических часах
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	108
В том числе:	
Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), всего	39
В том числе:	
Лекции (Л)	26
Практические занятия (Пр)	13
Лабораторные занятия (Лаб)	0
Вид промежуточной аттестации	Экзамен
Самостоятельная работа обучающихся (СР) (всего)	69
В том числе: Самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовка к занятиям. Подготовка к промежуточной аттестации	

3.2. Краткое содержание дисциплины по разделам и видам учебной работы

№ п/п	Раздел дисциплины (тематический модуль)	Трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)					Оценочное средство
		Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа обучающихся	
Семестр № 8							
1	Предмет математической экологии	1	1				
2	Динамические модели одновидовых экосистем	30	11	7		12	Экзамен
3	Понятие устойчивого многочлена	2	1			1	Экзамен
4	Динамические модели многовидовых экосистем	26	6	6		14	Контрольные работы № 1 и 2, экзамен
5	Простейшие задачи управления динамикой экосистем	5	3			2	Экзамен
6	Модели распространения эпидемий	4	2			2	Экзамен
7	Моделирование динамики популяции с помощью клеточных автоматов	4	2			2	Экзамен
Вид промежуточной аттестации в семестре – экзамен		36				36	
Всего:		108	26	13		69	

3.3. Содержание аудиторных занятий

№ раздела	Тематика лекционных и практических занятий	Объем часов	
		Лек	Прак
1	Математическая экология. Предмет и задачи курса. Основные понятия и определения	1	
2	Динамические модели одновидовых экосистем		
2.1	Простейшие модели популяционной динамики. Модели Мальтуса, Гомпертца. Логистическая модель Ферхюльста-Пирла.	1	
2.2	<i>Устойчивость экосистем.</i> Качественный анализ уравнения $x'(t)=f(x)$. Устойчивость по Ляпунову. Исследование устойчивости положений равновесия. Первый метод Ляпунова (исследование по первому приближению). Бифуркационные диаграммы. Модель культиватора.	2	1
2.3	<i>Непрерывная модель динамики возрастной структуры популяции.</i> Дифференциальная и интегральная модели. Динамика популяции в стационарной среде. Управление воз-	2	2

	растной структурой популяции.		
2.4	<i>Дискретные модели динамики популяции.</i> Качественная теория уравнения $x_{t+1} = f(x_t)$. Устойчивость по Ляпунову. Исследование устойчивости положений равновесия. Модели популяций с неперекрывающимися поколениями. Диаграммы Ламерея. Существование и устойчивость циклов. Модель Риккера.	4	2
2.5	<i>Дискретная модель динамики возрастной структуры популяции.</i> Модель Лесли. Свойства матрицы Лесли. Равновесия и циклы в модели Лесли. Управление возрастной структурой популяции. Обобщенная модель Лесли, существование и устойчивость положений равновесия.	2	2
3	Понятие устойчивого многочлена. Необходимые и достаточные условия устойчивости многочлена. Критерий Рауса-Гурвица.	1	
4	Динамические модели многовидовых экосистем		
4.1	Модели Вольтерры. Модель конкуренции двух видов. Модель «хищник-жертва». Фазовые портреты.	2	2
4.2	Качественное исследование модели Колмогорова.	2	
4.3	Качественный анализ дискретных моделей. Экспоненциальные модели «хищник-жертва» и конкурентного взаимодействия.	2	2
5	Простейшие задачи управления динамикой экосистем		
5.1	Управление популяций с целью минимизации времени на восстановление удаленной биомассы	2	
5.2	Трофические цепи. Задача охраны редкого вида.	1	
6	Модели распространения эпидемий. Непрерывные и дискретные модели	2	
7	Моделирование динамики популяции с помощью клеточных автоматов	2	
4	Контрольная работа № 2		2
	ВСЕГО часов в семестре:	26	13

3.4. Организация самостоятельной работы обучающегося

№ раздела	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость в час.
1–7	Самостоятельная проработка курса лекций, чтение литературы. Просмотр презентаций	10
2–4	Выполнение домашних заданий (решение задач, компьютерное моделирование)	17
4	Домашняя контрольная работа № 1 «Фазовый портрет нелинейной динамической системы»	4
4	Подготовка к контрольной работе № 2	2
1–7	Подготовка к экзамену	36
	Всего за семестр	69

4. Образовательные технологии по дисциплине

При изучении дисциплины «Математические модели в экологии» используются следующие образовательные технологии:

- аудиторные занятия (лекционные и практические занятия);
- внеаудиторные занятия (самостоятельная работа, индивидуальные консультации).

Предусматривается использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

- практические занятия в диалоговом режиме;
- решение задач с помощью систем компьютерной математики.

Для иллюстрации лекционного материала и методической поддержки самостоятельной работы обучающихся подготовлены презентации:

1. Качественный анализ линейных динамических систем.
2. Качественный анализ дискретных ДС. Диаграммы Ламерея.
3. Модель Риккера. Качественный анализ.
4. Модель Колмогорова «хищник-жертва».
5. Задача о минимизации времени на восстановление удаленной биомассы.
6. Экспоненциальная модель «хищник-жертва». Существование и устойчивость положений равновесия.

Учебно-методические материалы публикуются на сайте дисциплины:

<http://math-it.petsu.ru/users/semnova/MathECO/>

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.1. Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины с помощью *устного опроса* на практических занятиях, при проведении занятия в форме *контрольной работы*, а также проверки выполнения *домашних заданий*, в том числе заданий на использование систем компьютерной математики. К оценочным средствам для текущего контроля относятся контрольные работы.

Примеры контрольных работ

Контрольная работа № 1 (домашняя)

Фазовый портрет нелинейной динамической системы

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (x-2)^2 - y^2, \\ \frac{dy}{dt} = x - y^2. \end{cases}$$

Выполните следующие задания:

1. Найдите все положения равновесия системы и, используя теорему об устойчивости по первому приближению, исследуйте их на устойчивость.
2. Нарисуйте фазовые портреты линеаризованных систем в окрестности каждого положения равновесия.
3. Постройте фазовый портрет заданной системы.

Критерий оценивания. «Зачтено» (3 балла) выставляется, если выполнены правильно все три задания, иначе – «не зачтено».

Контрольная работа № 2 (аудиторная)

Качественное исследование динамических систем

1. (3 балла). На плоскости значений параметров α и β ($\alpha, \beta \in R$) постройте области, которым соответствует асимптотически устойчивое нулевое решение системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x + (\beta - 2\alpha\beta - 1)y, \\ \frac{dy}{dt} = x - \beta y. \end{cases}$$

2. (6 баллов). Исследуйте на устойчивость положения равновесия математической модели, описывающей динамику роста бактериальной популяции, содержащейся в хемостате:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = (\lambda C - w)N, \\ \frac{dC}{dt} = w(a - C) - \lambda qCN, \end{cases}$$

где $N(t)$ – концентрация микроорганизмов; $C(t)$ – концентрация фактора LGF, ограничивающего рост бактерий, в поступающей пище; a – количество поступающей пищи; w – скорость разбавления; q – количество LGF, потребляемое бактериями, или иначе постоянная скорость ассимиляции. Предполагается, что параметры модели a , q , w , λ являются положительными постоянными.

Критерий оценивания. В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: 8–9 баллов – «отлично», 6–7 баллов – «хорошо», 3–4 балла – «удовлетворительно», менее 3 баллов – «неудовлетворительно».

Примеры заданий для решения с помощью систем компьютерной математики

Задание № 1

Модель популяций с неперекрывающимися поколениями

Рассматривается модель динамики популяции в виде логистического уравнения

$$N_{t+1} = 4AN_t(1 - N_t), \text{ где } A \in [0; 1].$$

1. Выясните, при каких значениях параметра A существует цикл длины 4, и при каких он является устойчивым.
2. Выясните, имеет ли уравнение цикл длины 3.
3. Постройте бифуркационную диаграмму.
4. Задавая начальное условие $N(0) = N_0$, подготовьте анимацию решения уравнения при изменении параметра A .

Критерий оценивания. «Зачтено» выставляется, если выполнены правильно все три задания, иначе – «не зачтено».

Задание № 2

Дискретная модель динамики возрастной структуры популяции. Модель Лесли.

Динамика возрастной структуры популяции описывается классической моделью Лесли $X(t+1) = LX(t)$ с матрицей

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

Для заданного начального возрастного распределения $X(0) = (2, 0, 2, 2)^T$ постройте предельную возрастную функцию $L(t, X(0))$. Установите асимптотическое поведение функции $X(t)$ при $t \rightarrow +\infty$. Постройте графики изменения численности каждой возрастной группы и общей численности популяции.

Критерий оценивания. «Зачтено» выставляется, если выполнены правильно все три задания, иначе – «не зачтено».

5.2. Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена.

Условием допуска к экзамену является обязательное посещение лекционных и практических занятий, выполнение контрольных заданий. Оценка, полученная обучающимся по результатам работы на практических занятиях, учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Экзамен проводится в письменной форме.

Вопросы к экзамену (8 семестр)

1. Сравнительная характеристика простейших популяционных моделей Ферхюльста-Пирла (логистической) и Гомпертца.
2. Влияние периодичности среды (параметры модели - периодические функции) на динамику биологических популяций, описываемых моделями Мальтуса и Ферхюльста-Пирла.
3. Построение интегральных кривых для дифференциального уравнения $dN/dt=f(N)$ с заданной правой частью. Понятие устойчивости решения (по Ляпунову). Свойства функции $f(N)$, определяющие устойчивость положения равновесия.
4. Дифференциальная и интегральная модели динамики возрастной структуры популяции.
5. Непрерывная модель динамики возрастной структуры популяции в стационарной среде. Интегральное уравнение рождаемости. Характеристическое уравнение, свойства его корней. Как, не решая характеристического уравнения, ответить на вопрос – каким будет развитие популяции при $t \rightarrow +\infty$.
6. Положения равновесия разностных уравнений первого порядка, критерий устойчивости положения равновесия. Геометрическая интерпретация. Установить положения равновесия и исследовать их на устойчивость для модели Риккера:

$$N(t+1) = a \cdot N(t) \cdot e^{-bN(t)}, \quad a, b - \text{const} > 0.$$

7. Понятие цикла и его устойчивость (цикл длины 2) для разностных уравнений первого порядка.
8. Критерий Рауса-Гурвица. Его применение к исследованию на устойчивость положений равновесия дифференциальных и разностных уравнений.
9. Положения равновесия систем разностных уравнений вида:

$$x_{n+1} = f(x_n, y_n), \quad y_{n+1} = g(x_n, y_n).$$

Исследование их на устойчивость.

10. Модель сосуществования двух видов, борющихся за один вид пищи.
11. Классическая модель "хищник-жертва" (модель Лотка-Вольтерры). Уравнение, описывающее траектории системы. Свойство замкнутости траекторий. Положения равновесия.
12. Классическая модель "хищник-жертва" (модель Лотка-Вольтерры). Три закона Вольтерры. Приближенные форма фазовых траекторий и значение периода колебаний вблизи ненулевого положения равновесия.
13. Классическая модель Лесли. Характеристическое уравнение, свойства его корней. Условие примитивности матрицы Лесли.
14. Построение общего решения классической модели Лесли. Собственные вектора-столбцы и вектора-строки матрицы Лесли. Вычисление произвольных коэффициентов решения по заданному начальному возрастному распределению. Положение равновесия в модели Лесли.
15. Классическая модель Лесли. Предельная возрастная функция. Свойство ее периодичности в случае, когда существует k различных собственных значений матрицы Лесли, по модулю равных 1.
16. Классификация положений равновесия на плоскости. Критерий Ляпунова устойчивости положения равновесия.
17. Положения равновесия систем дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = g(x, y),$$

исследование их на устойчивость. Построение фазовых портретов.

18. Модель Колмогорова "хищник-жертва".
19. Модель конкурентного взаимодействия двух видов-близнецов. Параметрический портрет системы.
20. Экспоненциальная модель «хищник-жертва».
21. Экспоненциальная модель конкурентного взаимодействия двух видов.
22. Управление популяций, свободное развитие которой описывается моделью Мальтуса.
23. Модель Ферхюльста-Пирла. Свойства решений. Может ли численность популяции увеличиться в k раз по сравнению с ее начальным значением? Если да, то, сколько времени потребуется на такое увеличение?
24. Задача о минимизации времени на восстановление удаленной биомассы из популяции, свободное развитие которой описывается моделью Ферхюльста-Пирла.
25. Свойства решений модели Лотка-Вольтерры. Уравнение фазовых траекторий. При какой численности жертвы (хищника) численность хищника (жертвы) достигает максимального и минимального значений? Геометрическое место точек фазовых траекторий, которые соответствуют максимальной (минимальной) численности популяции хищника (жертвы).
26. Управление в модели «хищник-жертва» (модель Лотка-Вольтерры) с целью перевода на стационарный уровень развития.
27. Задача об определении минимального и максимального значений численности жертвы и хищника при известных равновесных их численностях.
28. Стационарная задача охраны редкого вида.
29. Дифференциальная модель эпидемии Кермака-МакКендрика. Свойства решений.
30. Дискретная модель эпидемии. Анализ дискретной модели эпидемии. Свойства корней характеристического уравнения линейного разностного уравнения

$$z(t+1) - z(t) = \gamma(z(t) - z(t-m)) + \delta(z(t-m) - z(t-p)).$$

При каком условии относительно параметров модели γ, δ, m, p решение уравнения $z(t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} c = \text{const}$?

31. Понятие клеточного автомата. Игра «Жизнь».

Критерий оценивания

Оценка **«отлично»** выставляется обучающемуся, если он владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; в логической последовательности и исчерпывающе дает ответы на все вопросы, подчеркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи; четко формирует ответы. При этом общее количество баллов за контрольные задания - не менее 10.

Оценка **«хорошо»** выставляется обучающемуся, если он владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); дает полноценные ответы на вопросы; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьезных ошибок в ответах. При этом общее количество баллов за контрольные задания - не менее 8.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если он владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускает ошибки по существу вопросов. При этом общее количество баллов за контрольные задания - не менее 6.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если он не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на предлагаемые вопросы.

6. Методические рекомендации обучающимся по дисциплине, в том числе для самостоятельной работы

Для успешного освоения дисциплины необходимо знание тем и основных понятий следующих дисциплин учебного плана:

- 1) *Линейная алгебра* (собственные значения и вектора матриц, примитивные и непримитивные матрицы, матрицы простой структуры; устойчивые многочлены, критерии устойчивости многочлена; результат и дискриминант многочлена);
- 2) *Математический анализ* – непрерывные функции; кусочно-непрерывные функции; частные производные; несобственные интегралы; производная по направлению; разложение функции в ряд Тейлора.
- 3) *Дискретная математика* (линейные разностные уравнения, рекуррентные соотношения).
- 4) *Дифференциальные* (методы интегрирования и качественного анализа дифференциальных уравнений и их систем; фазовое пространство, фазовый портрет; методы качественного анализа разностных уравнений и их систем);
- 5) *Уравнения с частными производными (Уравнения математической физики)* (краевые задачи для уравнений в частных производных).
- 6) *Компьютерные технологии в математике* (использование прикладных компьютерных систем и пакетов для решения математических задач, графического представления результатов расчетов).

Вопросы и задания для самопроверки к началу изучения курса

1. Собственные значения и собственные вектора-столбцы и вектора-строки матрицы.
2. Поиск рациональных нулей многочлена с целочисленными коэффициентами. Свойства нулей многочлена (теорема Виета). Результат и дискриминант многочлена.
3. Разложение функций $f(x)$ и $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в ряд Тейлора.
4. Решение дифференциальных уравнений первого порядка методом разделения переменных, методом вариаций. Уравнение Бернулли.
5. Построение интегральных кривых для автономного дифференциального уравнения $x'(t)=f(x)$.
6. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость решения системы дифференциальных уравнений. Теоремы Ляпунова об устойчивости. Классификация точек покоя на плоскости. Фазовые портреты линейных и нелинейных динамических систем на плоскости.
7. Решение уравнений в частных производных первого порядка методом характеристик.
8. Интегральное уравнение типа свертки. Решение уравнения с помощью преобразования Лапласа (операционным методом).

Для успешной сдачи экзамена следует обратить внимание на следующие **базовые понятия, методы и критерии**:

1. Определение положений равновесия для динамической системы с непрерывным временем:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, y), \\ \frac{dy}{dt} = g(x, y). \end{cases} \quad (1)$$

2. Определение положений равновесия для динамической системы с дискретным временем:

$$\begin{cases} x_{t+1} = f(x_t, y_t), \\ y_{t+1} = g(x_t, y_t). \end{cases} \quad (2)$$

3. Определение устойчивого по Ляпунову и асимптотически устойчивого стационарного решения динамических систем (1), (2).
4. Разложение функции $f(x, t)$ в ряд Тейлора в окрестности точки (x^*, y^*) .
5. Исследование на устойчивость по первому приближению (теорема Ляпунова) положений равновесия системы (1).
6. Исследование на устойчивость по первому приближению положений равновесия системы (2).
7. Классификация точек покоя ЛДС на плоскости в зависимости от собственных значений матрицы системы: седло, узел, фокус, центр. Правила определения направления движения по фазовым траекториям.
8. Построение уравнений прямых с фазовыми траекториями (сепаратрис - в случае, когда точка покоя – «седло»). Построение уравнения для угловых коэффициентов таких прямых.
9. Уравнения главных изоклин системы (1). «Геометрический смысл» главных изоклин системы (1).
10. Построение характеристического уравнения для матрицы A . Можно ли, зная след и определитель матрицы A , ответить на вопрос о типе точки покоя системы:

$$\frac{dx}{dt} = Ax, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

11. Понятие устойчивого многочлена. Необходимое условие устойчивости многочлена.

12. При каких условиях относительно коэффициентов уравнения $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$, все его корни имеют отрицательную вещественную часть (необходимое и достаточное условие устойчивости квадратного трехчлена).

13. При каких условиях относительно коэффициентов уравнения $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$, все его корни будут по модулю меньше 1.

14. Решение системы неравенств вида:

$$\begin{cases} a + b + 4 > 0, \\ a - b + 1 > 0, \\ b - 2 < 0. \end{cases}$$

15. Можно ли утверждать, что многочлен $\lambda^2 + (a^2 - a + 1)\lambda + (a + 2)$ является устойчивым для любых значений параметра $a \in R$?

Методические и справочные материалы по дисциплине, план-график практических занятий и контрольных мероприятий, конспекты практических занятий, задания для самостоятельной работы, примерный вариант контрольной работы публикуются на сайте дисциплины <http://math-it.petrSU.ru/users/semenova/MathECO/index.html> (в открытом доступе).

7. Методические рекомендации преподавателям по дисциплине

Планирование лекционных и практических занятий осуществляется с учётом установленного количества часов.

Лекции составляют основу теоретического обучения и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрывают состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления. Ведущим методом лекционного занятия выступает устное изложение учебного материала.

Практические занятия направлены на формирование у обучающихся умений решать типовые задачи. Преподаватель оценивает знания и умения обучающихся путем проведения контрольных работ и проверки домашних заданий.

7.1. Задачи для аудиторных занятий и задачи, предлагаемые для самостоятельного решения (домашнее задание)

Для проведения практических занятий рекомендуется использовать следующий задачник:

Математические методы в экологии: Сборник задач и упражнений. / Сост. Е.Е. Семенова, Е.В. Кудрявцева. – Петрозаводск : Изд-во ПетрГУ, 2005. – 128 с.

№ темы	Тема	Тема задачника	Номера задач	
			для аудиторных занятий	для самостоятельных занятий
1	Устойчивость экосистем. Качественный анализ уравнения $x'(t)=f(x)$.	№ 1	17	16, 18
2	Непрерывная модель динамики возрастной структуры популяции.	№ 2	27; 31; 33	28; 29; 32; 34

3	Модели популяций с неперекрывающимися поколениями.	№ 3	53	54
4	Дискретная модель динамики возрастной структуры популяции. Модель Лесли.	№ 3	69(1,2); 72	69(3); 70
5	Модель конкуренции двух видов	№ 5	81	89
6	Экспоненциальная модель конкуренции двух видов	№ 9	134	136
7	Контрольная работа	С. 92 «Задачи для подготовки к экзамену»		

7.2. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Варианты контрольных работ и рекомендации по оцениванию контрольных заданий приведены в фонде оценочных средств.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Дисциплина полностью обеспечена учебной литературой, представленной в печатном или электронном виде. Для осуществления образовательной деятельности по дисциплине рекомендуется следующая основная литература.

8.1. Основная литература:

1. Братусь, А.С. Динамические системы и модели биологии / А.С. Братусь, А.С. Новожилов, А.П. Платонов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 400 с.
[Электронный ресурс] <http://biblioclub.ru/book/67304/>
2. Качественное исследование непрерывных моделей популяционной динамики. Ч. 1: Динамические системы на прямой [Электронный ресурс] : учебное электронное пособие для обучающихся по направлениям подготовки бакалавриата "Математика" и "Прикладная математика и информатика" / [сост. Е.Е. Семёнова, О.А. Зятева]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Петрозав. гос. ун-т". - Электрон. текст. дан. — Петрозаводск : Изд-во ПетрГУ, 2018. <http://elibrary.karelia.ru/book.shtml?id=29495>
3. Математические методы в экологии: Сборник задач и упражнений. / Сост. Е.Е. Семенова, Е.В. Кудрявцева. – Петрозаводск : Изд-во ПетрГУ, 2005. – 128 с.
4. Семенова, Е.Е. Качественное исследование дискретных моделей популяционной динамики / Е.Е. Семенова, О.А. Зятева. – Петрозаводск : Издательство ПетрГУ, 2013. – 52 с. [Электронный ресурс]
<http://elibrary.karelia.ru/book.shtml?levelID=017&id=18422&cType=1>

8.2. Дополнительная литература

1. Андреева, Е.А. Оптимальное управление биологическими сообществами : учебное пособие / Е.А. Андреева, Н.А. Шилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова. - Архангельск : ИД САФУ, 2014. - 241 с. ; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=312265>.
2. Математическое моделирование в экологии. Историко-методологический анализ / В.Н. Тутубалин, Ю. Барабашева, А.А. Григорян, Г.Н. Девяткова. - Москва : Языки

русской культуры, 1999. - 208 с.; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=213215>

3. Системный анализ и математическое моделирование сложных экологических и экономических систем. Теоретические основы и приложения : монография / отв. ред. Ф.А. Сурков, В.В. Селютин ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Южный федеральный университет. - Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2015. - 162 с. ; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462018>

8.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Фонд знаний «Ломоносов». Модели популяционной динамики <http://lomonosov-fund.ru/enc/ru/encyclopedia:0134504:article>
2. Информационная система "Динамические модели в биологии" <http://www.dmb.biophys.msu.ru/>
3. <http://mathworld.wolfram.com/topics/PopulationDynamics.html>
4. Сайт «Математические модели в экологии» <http://math-eco.cs.karelia.ru/main.html>
5. Пакет для математических и инженерных расчетов MathCAD (сайт производителя <https://www.ptc.com/en/products/mathcad>)
Петрозаводский университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного программного обеспечения.
6. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru/>
7. Электронной библиотечной системы «Консультант студента. Студенческая электронная библиотека» <http://www.studentlibrary.ru>

8.4. Информационное обеспечение дисциплины в системе электронного (дистанционного) обучения

Электронный ресурс, содержащий методические и справочные материалы по дисциплине размещен на образовательном портале ПерГУ <https://edu.petrso.ru/object/2570> (в открытом доступе).

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база ПетрГУ обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной подготовки обучающихся, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Минимально-необходимый перечень для информационно-технического и материально-технического обеспечения дисциплины:

- аудитория для проведения лекционных и практических занятий, оснащенная рабочими местами для обучающихся и преподавателя, доской, мультимедийным оборудованием;
- библиотека с читальным залом и залом для самостоятельной работы обучающегося, оснащенная компьютером с выходом в Интернет, книжный фонд которой составляет специализированная научная, учебная и методическая литература, журналы (в печатном или электронном виде);
- дисплейный класс с установленным пакетом для математических и инженерных расчетов MathCAD.

10. Иные сведения и материалы

Для изучения отдельных разделов дисциплины может быть рекомендована следующая литература (имеется в Научной библиотеке ПетрГУ и Национальной библиотеке Республики Карелия):

1. Алексеев, В.В. Физическое и математическое моделирование экосистем / В.В. Алексеев, И.И. Крышев, Т.Г. Сазыкина ; Ком. по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды М-ва экологии и природ. ресурсов Рос. Федерации. - СПб. : Гидрометеоиздат, 1992. – 366 с.
2. Базыкин, А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций / А.Д. Базыкин. – Москва : Наука, 1985. – 181 с.
3. Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра ; под ред. и с послесл. Ю. М. Свиричева. - Москва : Наука, 1976. – 285 с.
4. Котляр, Б. Д. Математические модели в экологии (динамика популяций) / Б. Д. Котляр, Н. А. Лихолат. – Днепропетровск : Издательство ДГУ, 1992. – 88 с.
5. Марчук, Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г.И. Марчук. – Москва : Наука, 1982. – 320 с.
6. Местецкий, Л. М. Математические модели в экологии : Учеб.пособие /Л.М. Местецкий. – Тверь, 1997. – 40 с.
7. Петросян, Л.А. Математические модели в экологии / Л.А. Петросян. - Санкт-Петербург : Издательство Санкт-Петербургского университета, 1997. - 253 с.
8. Пых, Ю.А. Равновесие и устойчивость в моделях популяционной динамики / Ю.А. Пых ; со вступ. ст. Р.А. Полуэктова. - Москва : Наука, 1983. - 182 с.
9. Ризниченко, Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Часть 1 / Г.Ю. Ризниченко. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 232 с.
10. Ризниченко, Г.Ю. Математические модели биологических продукционных процессов : Учеб.пособие / Г.Ю. Ризниченко. - Москва : Издательство МГУ, 1993. – 300 с.
11. Робертс, Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам / Ф.С. Робертс. – Москва : Наука, 1988. – 496 с.
12. Свиричев, Ю.М. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии / Ю.М. Свиричев. – Москва : Наука, 1987. – 366 с.
13. Свиричев, Ю.М. Устойчивость биологических сообществ / Ю.М. Свиричев, Д.О. Логофет. – Москва : Наука, 1978. – 352 с.
14. Шапиро, А.П. Рекуррентные уравнения в теории популяционной биологии / А.П. Шапиро, С.П. Луппов. – Москва : Наука , 1983. – 133 с.

Дата: 15 мая 2018 г.