

## Базовые понятия, методы и критерии

1. Определение положений равновесия для динамической системы с непрерывным временем:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, y), \\ \frac{dy}{dt} = g(x, y). \end{cases} \quad (1)$$

2. Определение положений равновесия для динамической системы с дискретным временем:

$$\begin{cases} x_{t+1} = f(x_t, y_t), \\ y_{t+1} = g(x_t, y_t). \end{cases} \quad (2)$$

3. Определение устойчивого по Ляпунову и асимптотически устойчивого стационарного решения динамических систем (1), (2).
4. Разложение функции  $f(x, t)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $(x^*, y^*)$ .
5. Исследование на устойчивость по первому приближению (теорема Ляпунова) положений равновесия системы (1).
6. Исследование на устойчивость по первому приближению положений равновесия системы (2).
7. Классификация точек покоя ЛДС на плоскости в зависимости от собственных значений матрицы системы: седло, узел, фокус, центр. Правила определения направления движения по фазовым траекториям.
8. Построение уравнений прямых с фазовыми траекториями (сепаратрис - в случае, когда точка покоя – «седло»). Построение уравнения для угловых коэффициентов таких прямых.
9. Уравнения главных изоклин системы (1). «Геометрический смысл» главных изоклин системы (1).
10. Построение характеристического уравнения для матрицы  $A$ . Можно ли, зная след и определитель матрицы  $A$ , ответить на вопрос о типе точки

покоя системы:  $\frac{dx}{dt} = Ax, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$

11. Понятие устойчивого многочлена. Необходимое условие устойчивости многочлена.
12. При каких условиях относительно коэффициентов уравнения  $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$ , все его корни имеют отрицательную вещественную

часть (необходимое и достаточное условие устойчивости квадратного трехчлена).

13. При каких условиях относительно коэффициентов уравнения

$$\lambda^2 + a\lambda + b = 0, \text{ все его корни будут по модулю меньше 1.}$$

14. Решение системы неравенств вида:

$$\begin{cases} a + b + 4 > 0, \\ a - b + 1 > 0, \\ b - 2 < 0. \end{cases}$$

15. Можно ли утверждать, что многочлен  $\lambda^2 + (a^2 - a + 1)\lambda + (a + 2)$  является устойчивым для любых значений параметра  $a \in R$ ?