

4. Дайте определение устойчивого многочлена. Какие из перечисленных многочленов являются устойчивыми при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

- 1) $\lambda^2 + (a^2 - a + 1)\lambda + a^2 - a + 3$, 3) $\lambda^2 + (a^2 - 4)\lambda + a^2 - a + 1$,
2) $\lambda^2 + (a^2 - a + 3)\lambda + a^2 + 2a - 4$, 4) $-\lambda^2 + (2a - 7 - a^2)\lambda - a^2 - 7$?

Ответ обоснуйте.

----- Удовлетворительно -----

5. Система

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x^2 - y, \\ \frac{dy}{dt} = x^2 - (y - 2)^2 \end{cases}$$

имеет положение равновесия $P(-1; 1)$. Исследуйте его на устойчивость.

6. Свободное развитие популяции описывается моделью Ферхюльста-Пирла. Через конечный промежуток времени численность популяции уменьшилась в три раза по сравнению с ее начальным значением. Чему равен этот промежуток времени? При каком начальном значении такое уменьшение было бы невозможно?

----- Хорошо -----

7. Пусть свободное развитие системы «хищник-жертва» описывается моделью Лотки–Вольтерры. При какой численности хищника численность жертвы достигает минимального значения? На координатной плоскости укажите геометрическое место точек фазовых траекторий, которые соответствуют минимальной численности жертвы.

8. Модель конкуренции двух видов-близнецов имеет вид:

$$\begin{cases} x'(t) = x(\varepsilon - \alpha x - \beta y), \\ y'(t) = y(\varepsilon - \alpha y - \beta x), \quad \varepsilon, \alpha, \beta > 0 \end{cases}$$

для случая, когда $\alpha = \beta$, постройте уравнение фазовых траекторий, и нарисуйте фазовый портрет. Имеет ли система в этом случае устойчивые положения равновесия?

----- Отлично -----