

Занятие № 5

Собственные значения и собственные векторы матрицы

1. Найдите собственные векторы и собственные значения матрицы:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ответы:

$$\text{а) } \lambda_1 = 1, X_1 = (1; 1)^T;$$

$$\lambda_2 = 1, X_2 = (1; -1)^T;$$

$$\text{б) } \lambda_1 = 3, X_1 = (1; 1)^T;$$

$$\lambda_2 = 5, X_2 = (1; -1)^T.$$

2. Найдите собственные векторы и собственные значения матрицы:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ответы:

$$\text{а) } \lambda_1 = 1, X_1 = (1; 1; 0)^T;$$

$$\lambda_2 = 3, X_2 = \alpha(2; 1; 0)^T + \beta(0; 0; 1)^T, \alpha^2 + \beta^2 \neq 0.$$

$$\text{б) } \lambda_1 = 2, X_1 = \alpha(1; 0; 0)^T + \beta(0; 1; 1)^T, \alpha^2 + \beta^2 \neq 0;$$

$$\lambda_2 = 4, X_2 = (1; 1; -1)^T.$$

$$\text{в) } \lambda_1 = 1, X_1 = (2; -1; 2)^T; \lambda_2 = 3, X_2 = (1; -2; -1)^T;$$

$$\lambda_3 = 5, X_3 = (0; 1; 0)^T.$$