

## Занятие № 2

### Определители. Свойства определителей

#### Задание 1

Вычислите определители второго порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 8 & 12 \\ 10 & 15 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} n-1 & n \\ n & n+1 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix};$$

$$5) \begin{vmatrix} \sin x + \sin y & \cos y + \cos x \\ \cos y - \cos x & \sin x - \sin y \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ -\frac{2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix}.$$

#### Задание 2

Вычислите определители третьего порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} a+x & x & x \\ x & b+x & x \\ x & x & c+x \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & 1 \\ \sin \beta & \cos \beta & 1 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 1 \end{vmatrix}.$$

#### Задание 3

Пользуясь свойствами определителей, вычислите следующие определители:

$$1) \begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & 1 & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & 1 & \cos^2 \beta \\ \sin^2 \gamma & 1 & \cos^2 \gamma \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} (a^x + a^{-x})^2 & (a^x - a^{-x})^2 & 1 \\ (b^x + b^{-x})^2 & (b^x - b^{-x})^2 & 1 \\ (c^x + c^{-x})^2 & (c^x - c^{-x})^2 & 1 \end{vmatrix}.$$

### Задание 4

Вычислите минор  $M_{32}$  и алгебраическое дополнение  $A_{43}$  матри-

цы  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ . Вычислите определитель матрицы  $A$ ,

путем разложения его по элементам 3-го столбца.

### Задание 4

Вычислите определители четвертого порядка:

$$1) \begin{vmatrix} -3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ -4 & 2 & -3 & 1 \\ -4 & -4 & -1 & -4 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} -1 & 4 & -4 & 1 \\ -3 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 & -4 \\ 2 & 4 & 4 & -3 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 4 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 6 \\ 1 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 5 \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} 4 & 1 & -4 & 1 \\ 4 & -4 & 2 & -2 \\ -4 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} -4 & 2 & -4 & 1 \\ -4 & 6 & -1 & 3 \\ 2 & 8 & -1 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & 3 & -2 \\ -7 & 8 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

## Занятие № 3

### Обратная матрица

#### Задание 1

Найдите значения параметров  $a$ ,  $b$  и  $c$ , при которых матрицы  $A$  и  $B$  являются обратными.

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & c-2 \\ 4 & b & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -8 & 3 & -6 \\ -4 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

#### Задание 2

Найдите обратные матрицы для следующих матриц:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

### Матричные уравнения

#### Задание 3

Решите уравнения:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix};$$

$$2) X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \\ -10 & -2 \end{pmatrix};$$

$$6) X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix};$$

$$7) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix};$$

$$8) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}.$$