

## Занятие № 1

### Матрицы. Действия с матрицами

#### Задание 1

Для матриц  $A$  и  $B$  найдите произведения  $AB$  и  $BA$ :

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

#### Задание 2

Для матриц  $A$  и  $B$  найдите  $AB - BA$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

#### Задание 3

Для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

найдите:

$$a) (3A - 2B)C^T, \quad б) (3A^T - 2B^T)C.$$

#### Задание 4

Найдите  $f(A)$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $f(x) = x^2 - 7x - 2$ .

**Задание 5.** Для любого натурального  $n$  найдите

а)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$ ;    б)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^n$ ;    в)  $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^n$ .

**Задание 6.**

Докажите, что если  $A$  и  $B$  – квадратные матрицы одного и того же порядка, причем  $AB \neq BA$ , то:

1)  $(A+B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$ ;

2)  $(A+B)(A-B) \neq A^2 - B^2$ .

**Задание 7.**

Можно ли утверждать, что если  $A$  и  $B$  – квадратные матрицы одного и того же порядка, то  $(A-B)(A+B) = (A+B)(A-B)$ ?

**Задание 8**

Найдите произведения  $AB$  и  $BA$  матриц  $A$  и  $B$  и установите, как при этом меняются столбцы и строки матрицы  $B$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

**Задание 9**

Найдите ранг матрицы, приведя ее к ступенчатому виду:

а)  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ ;    б)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & -3 & 7 \\ 4 & 15 & 8 & 7 & 1 \\ 2 & 17 & 4 & 13 & -9 \end{pmatrix}$ ;

$$в) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad г) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \\ -2 & -9 & 4 & -2 \\ 5 & 18 & -8 & -1 \end{pmatrix}.$$

### ***Задание 10***

Найдите все матрицы второго порядка, квадраты которых равны единичной матрице.

### ***Задание 11***

Найдите все матрицы второго порядка, квадраты которых равны нулевой матрице.