

Контрольные вопросы по теме
«Собственные вектора и собственные значения матрицы»

1. Дайте определение собственных векторов и собственных значений матрицы. Для матрицы какой размерности они могут быть определены?
2. Что называется характеристическим многочленом и характеристическим уравнением матрицы?
3. Постройте характеристический многочлен матрицы $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
4. Перечислите свойства собственных векторов и собственных значений матрицы.
5. Свойство линейной независимости собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям матрицы (докажите свойство для случая, когда матрица имеет размерность, равную 2).
6. Можно ли зная все собственные значения матрицы (с учетом их кратности) найти ее определитель?
7. Если матрица размерности 4 имеет следующие собственные значения 2, -3, -4 и 4, то чему будет равен определитель матрицы?
8. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

9. Как определить количество линейно независимых векторов, соответствующих собственному значению?
10. Какие собственные значения имеет матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}?$$

11. Можно ли утверждать, что собственный вектор матрицы, соответствующий собственному значению, определяется однозначно?
12. Сколько различных собственных векторов соответствует каждому собственному значению матрицы?

13. Матрица A порядка n имеет собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Найдите собственные значения матриц A^2, A^3, \dots, A^n .
14. Вектор X является собственным вектором матриц A и B . Для матрицы A он соответствует собственному значению λ , а для матрицы B – собственному значению μ . Будет ли вектор X собственным для произведения матриц $A \cdot B$ (для суммы матриц $A + B$, для разности матриц $A - B$, для ненулевой линейной комбинации $\alpha A + \beta B$)? Если да, то какому собственному значению он будет соответствовать?