



[П] Проскуряков И.В. **Сборник задач по линейной алгебре.** — СПб.: Издательство «Лань», 2010. URL: <http://elibrary.sgu.ru/uch lit/560.pdf>

[Ф] Фаддеев Д.К., Соминский И.С. **Сборник задач по высшей алгебре.** <http://bookre.org/reader?file=635343>

18.12.2023

Занятие № 13

Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа

№ 1175

№ 1175

$$Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 =$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} &= (x_1^2 + 2x_1(2x_2 + x_3) + (2x_2 + x_3)^2) - (2x_2 + x_3)^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_2x_3 = \\ &= (x_1 + 2x_2 + x_3)^2 - 3x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_2x_3 = \end{aligned}$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

$$= (x_1 + 2x_2 + x_3)^2 + 2 \left(x_3^2 - 2x_2x_3 + \frac{x_2^2}{4} \right) - \frac{x_2^2}{2} - 3x_2^2 =$$

$$= (x_1 + 2x_2 + x_3)^2 + 2 \left(x_3 - \frac{x_2}{2} \right)^2 - \frac{7}{2}x_2^2 = y_1^2 + 2y_2^2 - \frac{7}{2}y_3^2 = \tilde{Q}(y_1, y_2, y_3)$$

$$\begin{cases} y_1 = x_1 + 2x_2 + x_3 \\ y_2 = x_3 - \frac{1}{2}x_2 \\ y_3 = x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = y_1 - 2y_3 - y_2 - \frac{1}{2}y_3 = y_1 - y_2 - \frac{5}{2}y_3 \\ x_2 = y_3 \\ x_3 = y_2 + \frac{1}{2}y_3 \end{cases} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$x = By \quad \tilde{A} = B^T A B$$

$$B^T A B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -\frac{5}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -\frac{7}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

№ 1177

№ 1243



Домашнее задание

№ 1176, № 1244

Подготовка к контрольной работе 22.12.23. Задания:

- собственные значения и собственные векторы матрицы,
- приведение квадратичной формы к каноническому виду,
- построение обратной матрицы.