



[П] Проскуряков И.В. **Сборник задач по линейной алгебре.** – СПб.: Издательство «Лань», 2010.

URL: http://elibrary.sgu.ru/uch_lit/560.pdf

[Ф] Фаддеев Д.К., Соминский И.С. **Сборник задач по высшей алгебре.** <http://bookre.org/reader?file=635343>

30.10.2020

Занятие № 7

Разбор № 297 (метод рекуррентных соотношений)

$$D_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}.$$

Это определитель $(n + 1)$ -го порядка. Разложим его по элементам последней $((n+1)$ -ой строки):

$$D_n = a_n D_{n-1} + (-1)^{n+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ a_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \end{vmatrix}$$

Это определитель n -го порядка. Его разложим по элементам последнего столбца:

$$D_n = a_n D_{n-1} + (-1)^{n+2} \cdot (-1)^{n+1} \prod_{i=1}^{n-1} a_i = a_n D_{n-1} - \prod_{i=1}^{n-1} a_i$$

Таким образом, будем иметь:

$$D_n = a_n D_{n-1} - \prod_{i=1}^{n-1} a_i, \quad D_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & a_1 \end{vmatrix} = -1.$$

Найдем несколько первых элементов:

$$D_2 = a_2 D_1 - a_1 = -a_1 - a_2 = -a_1 a_2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right),$$

$$D_3 = a_3 D_2 - a_1 a_2 = -a_1 a_2 a_3 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) - a_1 a_2 = -a_1 a_2 a_3 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \right)$$

Предположим, что при $n = k$:

$$D_k = -a_1 a_2 a_3 \dots \cdot a_k \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} \right)$$

Тогда при $n = k + 1$ будем иметь:

$$\begin{aligned} D_{k+1} &= a_{k+1} D_k - a_1 a_2 \dots \cdot a_k = \\ &= -a_1 a_2 \dots \cdot a_k \cdot a_{k+1} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} \right) - a_1 a_2 \dots \cdot a_k = \\ &= -a_1 a_2 \dots \cdot a_k \cdot a_{k+1} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} + \frac{1}{a_{k+1}} \right) \end{aligned}$$

Таким образом, по методу математической индукции получили:

$$D_n = -a_1 a_2 a_3 \dots \cdot a_n \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \quad \forall n \geq 1.$$

Решение систем линейных уравнений методом Крамера и методом Гаусса



Домашнее задание

[П]: Завершить № 554. Метод Крамера: № 555, метод Гаусса - №№ 557.

6.11.2020

Занятие № 8

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса

№№ 569, 573, 585, 689, 692.



Домашнее задание

[П]: №№ 574, 586, 690, 693, 694.

13.11.2020

Занятие № 9

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса

№№ 724, 726, 699, 712.



Домашнее задание

[П]: №№ 725, 728, 698, 713.

Подготовка к контрольной работе на тему «**Системы линейных уравнений** (метод Крамера, метод Гаусса)»