

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Петрозаводский государственный университет
Институт математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ К.Г. Тарасов

« ____ » _____ 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки бакалавриата
09.03.04 Программная инженерия

Профиль направления подготовки бакалавриата
«Системное и прикладное программное обеспечение»

Форма обучения очная

Петрозаводск
2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 19.09.2017 г. № 920 (с изменениями от 08.02.2021 № 83, от 26.11.2020 № 1456) и учебным планом по направлению подготовки бакалавриата 09.03.04 Программная инженерия (профиль «Системное и прикладное программное обеспечение»).

Разработчик:

Семёнова Елена Евгеньевна, доцент кафедры математического анализа Института математики и информационных технологий, кандидат физико-математических наук, доцент

_____ (подпись)

Эксперт:

Клюкина Елена Александровна, доцент кафедры теории вероятностей и анализа данных Института математики и информационных технологий ПетрГУ, кандидат технических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа

Протокол № ____ от «__» _____ 2022 г.

Заведующий кафедрой _____ (д.ф.-м.н, профессор, Старков В.В.) (подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании учебно-методической комиссии Института математики и информационных технологий

Протокол № 4 от « 06 » июня 2022 г.

Директор института _____ к.ф.-м.н., доцент Н.Ю. Светова (подпись)

Начальник методического отдела учебно-методического управления ПетрГУ _____ И.В. Маханькова

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) бакалавриата

1.1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины и индикаторы достижения компетенций:

Код компетенции. Этап формирования компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 начальный	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p> <p>УК-1.2. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p> <p>УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p> <p>УК-1.4. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p> <p>УК-1.5. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>
ОПК-1 начальный	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1. Знает основные понятия и методы базовых естественнонаучных и инженерных дисциплин.</p> <p>ОПК-1.2. Знает методы математического анализа и моделирования объектов профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.3. Умеет применять методы решения типовых задач из различных разделов математики для исследования математических объектов и моделей.</p> <p>ОПК-1.4. Умеет выбирать адекватный метод решения задачи, оценивать сложность ее решения.</p> <p>ОПК-1.5. Владеет методами построения математических моделей и содержательной интерпретации полученных результатов.</p> <p>ОПК-1.6. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования математических объектов и моделей.</p>

1.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основные понятия, методы, теоретические и вычислительные аспекты линейной алгебры (определение матрицы, виды матриц, свойства операций над матрицами; опре-

деление обратной матрицы, свойства обратной матрицы; понятие о ранге матрицы; понятие об определителе матрицы, свойства определителей; общий вид систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ); критерий совместности СЛАУ; методы решения СЛАУ (метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса)).

Уметь:

- использовать математическую символику для выражения количественных и качественных отношений объектов;
- применять методы линейной алгебры для решения инженерных задач.

Владеть:

- навыками самостоятельной работы с учебной и учебно-методической литературой;
- навыками оформления решения типовых задач линейной алгебры;
- навыками применения методов линейной алгебры для решения профессиональных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата и язык преподавания

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в обязательную часть учебного плана основной образовательной программы бакалавриата по данному направлению подготовки и является обязательной для изучения дисциплиной.

Согласно учебному плану дисциплина проводится в 1 семестре.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении образовательной программы предыдущего уровня.

Язык преподавания – русский.

3. Виды учебной работы и тематическое содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц или 180 академических часов.

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Объем в академических часах
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	180
В том числе:	
Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем). Всего	60
В том числе:	
Лекции (Л)	30
Практические занятия (Пр)	30
Лабораторные занятия (Лаб)	–
Вид промежуточной аттестации	Зачет, экзамен
Самостоятельная работа обучающихся (СР), всего	120
В том числе:	
Самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовка к занятиям	
Подготовка к промежуточной аттестации	

3.2. Краткое содержание дисциплины по разделам и видам учебной работы

№ п/п	Раздел дисциплины (тематический модуль)	Трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)					Оценочное средство
		Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель- ная работа обучающихся	
Семестр № 1							
1	Определители и матрицы	50	10	10	0	30	Контрольная работа, зачет, экзамен
2	Системы линейных уравнений	44	6	6	0	32	Контрольная работа, зачет, экзамен
3	Линейные пространства и операторы	44	8	6	0	30	Контрольная работа, зачет, экзамен
4	Квадратичные формы	42	6	8	0	28	Контрольная работа, зачет, экзамен
Вид промежуточной аттестации в семестре – зачет, экзамен							
Итого:		180	30	30	0	120	

3.3. Содержание аудиторных занятий

Содержание лекционных занятий

№ раздела	№ лекции	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с ис- пользованием ЛОТ (*)
Семестр № 1				
1	1.1	Определители 2 и 3-го порядков	2	
1	1.2	Матрицы и операции над ними	2	
1	1.3	Ранг матрицы, базисный минор	2	
1	1.4	Определители n-го порядка, свойства	2	
1	1.5	Методы вычисления определителей	2	
2	2.1	Метод Крамера, метод Гаусса	2	
2	2.2	Однородные системы. Связь решений однородных и неоднородных систем.	2	
2	2.3	Условия разрешимости систем линейных уравнений, теорема Кронекера-Капелли	2	
3	3.1	Понятие линейного пространства, подпространства и линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств	2	
3	3.2	Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь координат вектора в разных базисах.	2	

3	3.3	Линейные операторы (преобразования) и их матрицы. Действия над линейными операторами. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.	2	
3	3.4	Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.	2	
4	4.1	Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду (метод Лагранжа, метод Якоби, метод ортогональных преобразований).	4	
4	4.2	Закон инерции квадратичных форм.	1	
4	4.3	Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.	1	
Итого:			30	

Содержание практических (или семинарских) занятий

№ раздела	№ занятия	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ЛОТ (*)
Семестр № 1				
1	1.1	Определители 2 и 3-го порядков	2	
1	1.2	Матрицы и операции над ними	2	
1	1.3	Ранг матрицы	2	
1	1.4	Методы вычисления определителей	4	
2	2.1	Метод Крамера	2	
2	2.2	Метод Гаусса	2	
2	2.3	Условия разрешимости систем линейных уравнений, теорема Кронекера-Капелли	2	
3	3.1	Линейно пространство, подпространство и линейная оболочка. Нахождение суммы и пересечения подпространств	2	
3	3.2	Линейные операторы и их матрицы. Действия над линейными операторами. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.	2	
3	3.3	Нахождение собственных значений и собственных векторов линейных операторов.	2	
4	4.1	Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.	4	
4	4.2	Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований	2	
4	4.3	Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.	2	
Итого:			30	

3.4. Организация самостоятельной работы обучающегося

№ раздела	Задания для самостоятельной работы	Количество часов	В т.ч. с использованием МЛЮТ (*)
Семестр № 1			
1-2	Подготовка к практическим занятиям. Изучить теоретический материал (конспект лекций) и литературу по темам разделов 1-2	12	
1-2	Выполнить домашние задания, которые указывает преподаватель после каждого практического занятия.	24	
2	Реализовать алгоритм решения системы линейных уравнений методом Гаусса с помощью приложения MS Excel. Изучить встроенные функции MS Excel для работы с матрицами	4	
1-2	Подготовка к контрольной работе № 1. Решение примерного варианта	4	
3-4	Подготовка к практическим занятиям. Изучить теоретический материал (конспект лекций) и литературу по темам разделов 3-4	12	
3-4	Выполнить домашние задания, которые указывает преподаватель после каждого практического занятия.	24	
3-4	Подготовка к контрольной работе № 2. Решение примерного варианта	4	
1-4	Подготовка к промежуточной аттестации	36	
Итого		120	

4. Образовательные технологии по дисциплине

При изучении дисциплины «Линейная алгебра» используются следующие образовательные технологии:

- аудиторные занятия (лекционные и практические занятия);
- внеаудиторные занятия (самостоятельная работа, индивидуальные консультации);
- компьютерное решение задач с использованием пакетов прикладных программ.

Учебно-методические материалы публикуются в свободном доступе на сайте дисциплины: https://math-it.petsru.ru/users/semenova/Linear_Algebra/

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.1. Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины при проведении занятий в форме контрольных работ.

Оценочные средства для текущего контроля. Контрольные работы

Контрольная работа № 1

Тема: Методы вычисления определителей, решение системы линейных уравнений

Примерный вариант

1. Решите систему линейных уравнений с помощью правила Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы уравнений, используя метод Гаусса, и одно ее частное решение:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 1, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 9, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 - 12x_4 = 10. \end{cases}$$

Контрольная работа № 2

Тема: Нахождение собственных значений и векторов, приведение квадратичной формы к каноническому виду

Примерный вариант

Для квадратичной формы

$$x_1^2 - 5x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$

Выполните следующие задания:

1. Приведите квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа. Найдите линейное невырожденное преобразование, приводящее к этому виду.
2. Для матрицы квадратичной формы найдите собственные значения и соответствующие им собственные вектора.
3. Выясните, образуют ли собственные вектора, соответствующие собственным значениям, ортогональную систему векторов.
4. Постройте для матрицы квадратичной формы, заменив в ней элементы первого столбца на элементы 2, -1 и 1 соответственно, обратную матрицу методом присоединенной матрицы.

Критерий оценивания контрольных работ:

Контрольная работа оценивается как «зачтено», если правильно выполнены все предложенные задания, иначе – «не зачтено».

5.2. Промежуточная аттестация проводится в виде зачета, экзамена.

Зачет выставляется по результатам практической части курса. Обучающемуся выставляется «зачтено», если зачтены обе контрольные работы, иначе – «не зачтено». Дополнительные оценочные средства для выставления зачета не предусмотрено.

Условием допуска к экзамену является зачет по практической части курса. Экзамен проводится в форме собеседования с использованием экзаменационных билетов. Билет содержит два теоретических вопроса из следующего списка.

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Матрицы и действия над ними (умножение на число, сложение, вычитание, транспонирование, умножение). Свойства действий с матрицами.
2. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
3. Определение определителя n-го порядка. Свойства определителя.

4. Алгебраические дополнения и миноры. Разложение определителя по строке или столбцу.
5. Теоремы замещения и аннулирования.
6. Приемы вычисления определителей n -го порядка.
7. Обратная матрица. Методы вычисления обратной матрицы (с помощью матрицы из алгебраических дополнений, с помощью метода Гаусса). Матричные уравнения.
8. Ранг матрицы и способы его вычисления. Ступенчатый вид матрицы.
9. Системы линейных уравнений (совместная, несовместная, определенная, неопределенная, однородная, неоднородная) Матричная запись систем линейных уравнений.
10. Методы решения системы линейных уравнений (метод Крамера, метод Гаусса).
11. Теоремы Кронекера-Капелли.
12. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Общее решение системы линейных однородных уравнений.
13. n -мерное арифметическое пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис линейного пространства.
14. Координаты вектора в базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому.
15. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Характеристический многочлен. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям.
16. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Попарная ортогональность собственных векторов матрицы квадратичной формы, соответствующих различным собственным значениям.
17. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
18. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований (случай n различных собственных значений матрицы квадратичной формы).
19. Положительный и отрицательный индексы квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм (без доказательства).
20. Положительно определенные, отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности (отрицательной определенности) квадратичных форм (без доказательства).

Критерий оценивания

Оценка **«отлично»** выставляется обучающемуся, если он владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы, подчеркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное; устанавливать причинно-следственные связи; четко формулирует ответы.

Оценка **«хорошо»** выставляется обучающемуся, если он владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценные ответы на вопросы; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьезных ошибок в ответах.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если он владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах,

оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускает ошибки по существу вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора.

Подробно средства оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся приведены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

6. Методические рекомендации обучающимся по дисциплине, в том числе для самостоятельной работы

В первую очередь разобраться с основными понятиями линейной алгебры и их применением к решению стандартных заданий. Обратит внимание на возможность использования многочисленных свойств определителей для их вычисления. Стараться замечать структурные закономерности в матрицах и системах линейных уравнений. Доказательства теорем разбирать сначала на простых примерах, а уже потом переходить к разбору доказательств в общем случае. При этом пытаться самостоятельно доказать соответствующий результат.

Для успешной подготовки и сдачи экзамена необходимо:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому разделу.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических задач.
- Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

7. Методические рекомендации преподавателям по дисциплине

Планирование аудиторных лекционных и практических занятий осуществляется с учётом установленного учебным планом подготовки по данному направлению количества часов.

Лекции составляют основу теоретического обучения, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления. Ведущим методом лекционного занятия выступает устное изложение учебного материала.

Практические занятия направлены на формирование у обучающихся умений решать типовые задачи. *Необходимо добиваться освоения основных понятий линейной алгебры и умения решать ее типовые задачи всеми студентами.* Преподавателю не стоит увлекаться решением сложных задач, но находить возможность выделять способных студентов и предлагать им более сложные индивидуальные задания.

При текущем контроле успеваемости преподаватель оценивает знания и умения обучающихся путем проведения контрольных работ и проверки домашних заданий.

При подготовке к занятиям можно использовать не только указанную в программе литературу, но и любые источники, представляющие, по мнению преподавателя, интерес.

Варианты контрольных работ приведены в фонде оценочных средств.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Дисциплина полностью обеспечена учебной литературой, представленной в печатном или электронном виде. Для осуществления образовательной деятельности по дисциплине рекомендуется следующая основная и дополнительная литература.

8.1. Основная литература:

1. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / П. С. Александров. – Изд. 2-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2009. – 512 с.

2. Ильин В. А. Линейная алгебра: учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Изд. 3-е, доп. – Москва : Наука, 1984. – 296 с.
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974>
3. Линейная алгебра: метод. указания / [сост. : Е. А. Клюкина] ; Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования Петрозавод. гос. ун-т. – Петрозаводск : Изд-во ПетрГУ, 2010. – 25 с.
4. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие / И. В. Проскуряков. – Изд. 8-е. – Москва : ФИЗМАТЛИТ ; Санкт-Петербург : Лаборатория базовых знаний, 2001. – 384 с.

8.2. Дополнительная литература:

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру: учебник / А. И. Кострикин. – Изд. 2-е, испр. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Ч. 2 : Линейная алгебра. – 368 с.
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>
2. Кострикин А. И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. – Изд. 4-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 304 с.
3. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. – Изд. 4-е, стер. – Москва : Наука, 1975. – 400 с.

8.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Сайт «EqWorld. МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ»
<http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>
Книги по алгебре <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>
2. Литература по линейной алгебре <http://pay.diary.ru/~eek/p47467303.htm#>
3. <http://mathelp.spb.ru/la.htm> (лекции по линейной алгебре).
4. Лекции по Линейной алгебре на YouTube
https://www.youtube.com/results?search_query=%D0%BB%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%B0%D1%8F+%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0
5. Электронная таблица Excel в составе пакета офисных программ MS Office/
Петрозаводский университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного программного обеспечения.

Обучающиеся и преподаватели ПетрГУ имеют доступ к ряду электронных библиотечных систем, к которым подключена Научная библиотека университета. Для электронных ресурсов используется лицензионное программное обеспечение.

Для поиска учебной и научной литературы обучающиеся используют следующие ЭБС:

- Электронная библиотека Республики Карелия <http://elibrary.karelia.ru/>
- Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru/>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента. Студенческая электронная библиотека» <http://www.studentlibrary.ru>
- другие базы данных, размещенные на сайте Научной библиотеки ПетрГУ в разделе «Электронные журналы и базы данных» <http://library.petrso.ru/collections/bd.shtml>.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база ПетрГУ обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской

работы обучающихся, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Минимально-необходимый перечень для информационно-технического и материально-технического обеспечения дисциплины:

- аудитория для проведения лекционных и практических занятий, оснащенная рабочими местами для обучающихся и преподавателя, доской, мультимедийным оборудованием;
- библиотека с читальным залом и залом для самостоятельной работы обучающегося, оснащенная компьютером с выходом в Интернет, книжный фонд которой составляет специализированная научная, учебная и методическая литература, журналы (в печатном или электронном виде).

Дата: 5 мая 2022 г.