

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 1

- Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \sin(\sqrt{n} + 1)$,
 - вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
 - для заданного M найдите значение следующего выражения:
$$a_1 + a_1 a_2 + a_1 a_2 a_3 + \dots + a_1 a_2 \cdot \dots \cdot a_M.$$

- Известны координаты и массы N материальных точек на плоскости. Каждой точке ставится в соответствие ее номер (нумерация точек начинается с единицы).
 - Определите координаты центра масс системы точек.
 - Для каждой заданной точки найдите расстояние от нее до центра масс. Найдите наименьшее расстояние.
 - Постройте на графике систему заданных материальных точек, указав на нем и центр ее масс.
 - Найдите суммарный вес точек, лежащих в первой четверти координатной плоскости XOY .

- Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

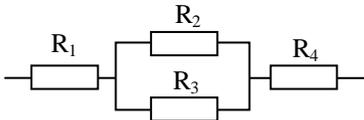
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -4. \end{cases}$$

- Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу A , элементы которой A_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$A_{i,j} = \begin{cases} i + \cos \frac{2\pi j}{3}, & \text{если } i > j, \\ 2i, & \text{если } i = j, \\ \sqrt{i+j}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы A найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) количество элементов больше заданного числа b ;
 - 4) минимальный элемент в последней четной строке.
5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:

Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \sin 2x_n + y_n, \\ y_{n+1} = \sqrt{|x_n|} - y_n. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 2

- Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \sqrt{\cos^2(n) + 1}$,
 - вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
 - для заданного M найдите значение следующего выражения:
$$a_1 \cdot (a_1 + a_2) \cdot (a_1 + a_2 + a_3) \cdot \dots \cdot (a_1 + a_2 + \dots + a_M).$$

- Известны координаты N точек на плоскости. Каждой точке ставится в соответствие ее номер (нумерация точек начинается с единицы).
 - Определите длину ломаной, соединяющей точки в последовательности возрастания их номеров.
 - Найдите наибольшее и наименьшее среди значений длин звеньев ломаной.
 - Постройте ломаную на координатной плоскости XOY , пометив ее вершины маркерами.
 - Для каждой точки установите соответствующие им полярные координаты.

- Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

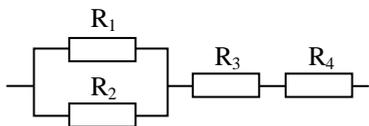
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 6, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -5. \end{cases}$$

- Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу B , элементы которой B_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$B_{i,j} = \begin{cases} \sin \frac{i+j}{2}, & \text{если } i > j, \\ 1 + \sqrt{2i}, & \text{если } i = j, \\ 2 + \ln(i \cdot j), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы B найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) количество отрицательных элементов;
 - 4) максимальный элемент в последней нечетной строке.
5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:

Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \cos x_n - \sin y_n, \\ y_{n+1} = -x_n + 2y_n. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа
Использование индексированных переменных.
Работа с векторами и матрицами

Вариант 3

1. Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \ln(\sqrt{n} + 1)$,

- 1) вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
- 2) для заданного M найдите значение следующего выражения:

$$1 + \frac{a_2}{a_1 + a_2} + \frac{a_3}{a_1 + a_2 + a_3} + \dots + \frac{a_M}{a_1 + a_2 + \dots + a_M}.$$

2. Известны координаты N точек на плоскости. Каждой точке ставится в соответствие ее номер (нумерация точек начинается с единицы).

- 1) Найдите длины отрезков, соединяющих заданные точки с началом координат. Установите, какие углы образуют эти отрезки с осью OX .
- 2) Сколько точек на плоскости лежит внутри круга заданного радиуса R с центром в начале координат?
- 3) Выведите список номеров точек, упорядоченный по возрастанию расстояния от точки до начала координат.

3. Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

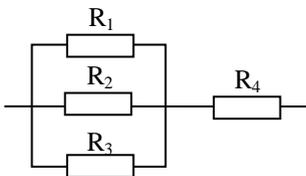
$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = -6, \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -1. \end{cases}$$

4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу C , элементы которой C_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$C_{i,j} = \begin{cases} \sqrt{|\cos 2i|}, & \text{если } i > j, \\ 2 - \ln(i + j), & \text{если } i = j, \\ \sin \frac{2(i+j)}{5}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы C найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) количество положительных элементов;
 - 4) разность максимального элемента в последней нечетной строке и минимального элемента в первом столбце.
5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R ₁	1	3	2	4	1	2	2
R ₂	2	3	3	1	2	2	4
R ₃	2	2	4	2	2	4	3
R ₄	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \sin(y_n + 2), \\ y_{n+1} = 2x_n + y_n. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа
Использование индексированных переменных.
Работа с векторами и матрицами

Вариант 4

1. Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \cos(\pi\sqrt{n}) + 2$,

1) вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;

2) для заданного M найдите значение следующего выражения:

$$1 + \frac{a_1 + a_2}{a_1 a_2} + \frac{a_1 + a_2 + a_3}{a_1 a_2 a_3} + \dots + \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_M}{a_1 a_2 \dots a_M}.$$

2. Известны координаты и массы N материальных точек на плоскости. Каждой точке ставится в соответствие ее номер (нумерация точек начинается с единицы).

1) Для каждой точки определите расстояние от нее до начала координат. Какое расстояние будет максимальным?

2) Найдите суммарный вес тех точек, которые лежат в круге заданного радиуса R с центром в начале координат.

3) На координатной плоскости укажите все заданные точки и постройте ломаную, соединяющую точки с **четными** номерами.

3. Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

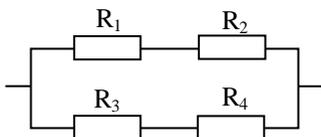
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -5, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу A , элементы которой A_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$A_{i,j} = \begin{cases} \sin(i+j), & \text{если } i - \text{ четное и } i > j, \\ \cos \frac{i}{2}, & \text{если } i = j, \\ 1 + \ln(i+j), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы A найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) количество отрицательных элементов в последней строке;
 - 4) разность максимального элемента в последней строке и минимального элемента в первом столбце.
5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + 3y_n, \\ y_{n+1} = \cos(0,3\pi x_n) - y_n. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 5

- Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \cos(2\sqrt{n} + 1)$,
 - вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
 - для заданного M найдите значение следующего выражения:
$$\sin a_1 + \sin(a_1 a_2) + \sin(a_1 a_2 a_3) + \dots + \sin(a_1 a_2 \cdot \dots \cdot a_M).$$

- При движении автомобиля из пункта А в пункт В установлена скорость движения на различных участках:

Длина участка, км	15	5	12	2	21	17	21	3	10	5
Скорость, км/ч	60	45	60	45	50	60	50	45	60	45

Определите:

- расстояние между пунктами;
 - время на прохождение каждого участка и общее время в пути;
 - среднюю скорость движения;
 - номера всех участков, при движении по которым затрачено максимальное время.
- Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

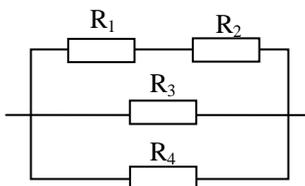
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

- Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу B , элементы которой B_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$B_{i,j} = \begin{cases} i + 2 \cos \sqrt{j}, & \text{если } j - \text{ четное и } i > j, \\ \ln(2i), & \text{если } i = j, \\ i^2 - 2j, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы B найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) количество положительных элементов выше главной диагонали;
 - 4) минимальный элемент в последней строке.
5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



та с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:

Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \sqrt{|x_n|} - 2y_n, \\ y_{n+1} = \sin(x_n + 2y_n). \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 6

- Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \ln(2\sqrt{n+1} + 1)$,
 - вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
 - для заданного M найдите значение следующего выражения:
$$\cos a_1 + \cos(a_1 + a_2) + \cos(a_1 + a_2 + a_3) + \dots + \cos(a_1 + a_2 + \dots + a_M).$$

- В одном из населенных пунктов, координаты которых приведены в таблице, предполагается установка радиостанции с радиусом действия, равным R км.

Пункт	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x , км	1	50	13	25	15	40	75	20	120	145	200
y , км	1	35	27	10	60	50	2	80	30	60	150

- Задав номер пункта, в котором будет установлена радиостанция, определите расстояние от него до всех остальных пунктов. Сколько пунктов при этом будут находиться в зоне приема радиосигнала? Составьте список тех пунктов, которые не попадут в зону приема. На координатной плоскости отметьте все пункты и укажите зону действия радиостанции (круг радиуса R с центром в пункте установки радиостанции).
 - Для какого пункта суммарное расстояние от него до всех остальных пунктов будет минимальным?
- Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

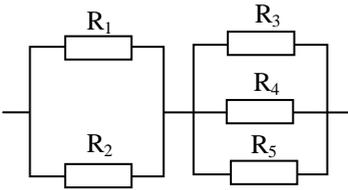
$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 7, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу C , элементы которой C_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$C_{i,j} = \begin{cases} 1 + \ln(2i + j), & \text{если } i < j, \\ \sqrt[3]{2j + i}, & \text{если } i = j, \\ \sin(0,3\pi(i + j)), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы C найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) для заданного целого k ($k < N$) максимальный элемент в k -й строке;
 - 4) среднее арифметическое элементов столбца с наибольшим четным номером.
5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит пять элементов с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4
R_5	2	1	1	2	3	2	2

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \ln(x_n^2 + 1) + y_n, \\ y_{n+1} = 2x_n \sin y_n. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 7

1. Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \sin(2\pi\sqrt{n-1} + 2)$,

- 1) вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
- 2) для заданного M найдите значение следующего выражения:

$$\sqrt{|a_1|} + \sqrt{|a_1 a_2|} + \sqrt{|a_1 a_2 a_3|} + \dots + \sqrt{|a_1 a_2 \dots a_M|}.$$

2. Дорога, соединяющая пункты А и В, имеет форму ломаной, координаты вершин которой приведены в таблице.

Вершины	A=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	B=11
x, км	0	2	13	25	15	4	45	20	120	145	200
y, км	0	10	2	10	24	50	2	80	30	60	150

- 1) Определите расстояние между пунктами А и В.
 - 2) Определите минимальное время, за которое автомобиль преодолет расстояние между пунктами, если известно, что на прямолинейных участках дороги длиной менее a км автомобиль может двигаться со скоростью не более v_1 км/ч, на других участках – не более v_2 км/ч ($v_1 < v_2$).
 - 3) Постройте на координатной плоскости дорогу, соединяющую два пункта.
3. Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

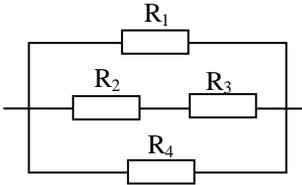
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 8, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 8. \end{cases}$$

4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу A , элементы которой A_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$A_{i,j} = \begin{cases} \sqrt{|\cos 3(i+j)|}, & \text{если } i > j, \\ -\ln(i+j), & \text{если } i = j, \\ \sqrt[3]{i^2 + j^2}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы A найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) для заданного целого k ($k < N$) минимальный элемент в k -й строке;
 - 4) среднее арифметическое модулей элементов в строке с максимальным четным номером.
5. Участок электрической цепи состоит из N параллельно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n - \ln(y_n^2 + 1), \\ y_{n+1} = 2y_n \cos x_n. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 8

1. Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \sqrt{\sin n + 2\pi}$,

- 1) вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
- 2) для заданного M найдите значение следующего выражения:

$$\sin \frac{1}{a_1} + \sin \frac{1}{a_1 + a_2} + \sin \frac{1}{a_1 + a_2 + a_3} + \dots + \sin \frac{1}{a_1 + a_2 + \dots + a_M}.$$

2. Дорога, соединяющая пункты А и В, состоит из участков, скорость движения автомобиля по которым не может превышать заданной величины. Информация о длине участков и максимальной скорости движения по ним приведена в таблице:

Участок	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Длина, км	30	2	13	25	15	4	45	20	10	45	20
Скорость, км/ч	70	40	40	60	24	40	50	80	30	60	70

- 1) Найдите расстояние между пунктами.
 - 2) За какое минимальное время можно добраться из пункта А в пункт В?
 - 3) Сколько времени потребуется на то, чтобы преодолеть расстояние между пунктами, двигаясь со скоростью, равной минимальному значению среди максимально допустимых значений скорости движения по различным участкам дороги?
3. Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

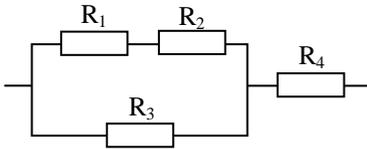
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -5, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 5. \end{cases}$$

4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу C , элементы которой C_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$C_{i,j} = \begin{cases} i^2 \cdot \cos(2i - j), & \text{если } i - \text{ нечетное и } i > j, \\ 1 - \ln(i + j), & \text{если } i = j, \\ \sqrt{|\sin(0, 4\pi(i + j))|}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы C найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) для заданного целого k ($k < N$) количество положительных элементов в k -м столбце;
 - 4) минимальное значение среди элементов первой строки и последнего столбца.
5. Участок электрической цепи состоит из N параллельно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = 2x_n + \cos 3y_n, \\ y_{n+1} = \ln(|x_n + y_n| + 1). \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 9

1. Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \sin(2\pi\sqrt{n} + 1)$,

1) вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;

2) для заданного M найдите значение следующего выражения:

$$\sqrt{a_1^2} + \sqrt{a_1^2 + a_2^2} + \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} + \dots + \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_M^2}.$$

2. Автобус выполняет пассажирские перевозки из города А в город В и обратно. Автобусный маршрут проходит с остановками через ряд населенных пунктов. Известны расстояния от города А до всех пунктов маршрута (см. таблицу).

Пункт	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10=В
Расстояние, км	13	25	40	60	73	89	100	121	156	200

Считая скорость движения автобуса постоянной и равной v км/ч, длительность стоянки в промежуточных пунктах, равной p_1 мин, а в городе В – p_2 мин, определите:

1) время прибытия автобуса в каждый из населенных пунктов при движении из города А в город В и обратно;

2) общее время автобусного рейса;

3) расстояние между двумя заданными пунктами (пункты задаются номерами).

3. Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

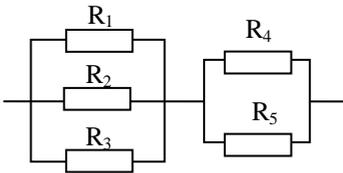
$$\begin{cases} -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = -6, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -2, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = -7. \end{cases}$$

4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу B , элементы которой B_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$B_{i,j} = \begin{cases} i - \cos(3j), & \text{если } i - \text{четное и } i > j, \\ \ln(i + j), & \text{если } i = j, \\ \sqrt{|\sin(i - j)|}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы B найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) для заданного целого k ($k < N$) среднее арифметическое положительных элементов k -й строки;
 - 4) максимальное значение среди элементов последней строки и первого столбца.
5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит пять элементов с известными сопротивлениями.



с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:

Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4
R_5	2	2	4	4	2	1	2

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \ln(2x_n^2 + 1) - 2y_n, \\ y_{n+1} = x_n + y_n. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 10

1. Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \ln(3\sqrt{n} + 2)$,

- 1) вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
- 2) для заданного M найдите значение следующего выражения:

$$\sin a_1 + \sin \frac{a_1 + a_2}{2} + \sin \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} + \dots + \sin \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_M}{M}.$$

2. Известны величины потребленной электроэнергии за каждый месяц года (см. таблицу ниже), месячная норма потребления электроэнергии – P кВт · ч, стоимость 1 кВт · ч в пределах нормы – a руб., и стоимость за каждый кВт · ч потребления электроэнергии сверх нормы – b руб.

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
кВт · ч	160	145	100	78	160	50	55	75	86	134	98	89

Для $P=100$, $a=1,17$ и $b=1,90$ определите:

- 1) суммарное потребление электроэнергии за год;
- 2) стоимость потребленной энергии за каждый месяц и в целом за год.
- 3) суммарное потребление электроэнергии в летние месяцы года.

Постройте график динамики потребления электроэнергии.

3. Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

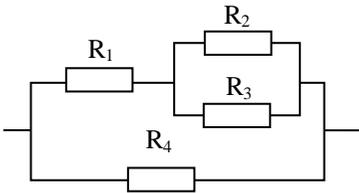
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -6, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу C , элементы которой C_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$C_{i,j} = \begin{cases} i^2 - j, & \text{если } j - \text{ нечетное и } i < j, \\ \ln(i + j), & \text{если } i = j, \\ \sqrt{|\sin 2(i + j)|}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы C найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) сумму элементов четных строк;
 - 4) разность максимального элемента в последней четной строке и минимального элемента в последнем столбце.
5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \sin y_n, \\ y_{n+1} = x_n + \cos \sqrt{|y_n|}. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа

Использование индексированных переменных. Работа с векторами и матрицами

Вариант 11

1. Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \sqrt{\sin^2 \sqrt{n} + 1}$,

- 1) вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
- 2) для заданного M найдите значение следующего выражения:

$$a_1^2 + a_2(a_1 + a_2) + a_3(a_1 + a_2 + a_3) + \dots + a_M(a_1 + a_2 + \dots + a_M).$$

2. Известны координаты N точек на плоскости. Каждой точке ставится в соответствие ее номер (нумерация точек начинается с единицы).

- 1) Определите длины отрезков, соединяющих точки с началом координат. Найдите минимальную длину отрезка.
- 2) Сколько точек на плоскости лежит внутри кольца с центром в начале координат, внутренний и внешний радиус которого равны соответственно r и R ?
- 3) Определите длину отрезка, соединяющего точки с заданными номерами.

3. Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 15, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$

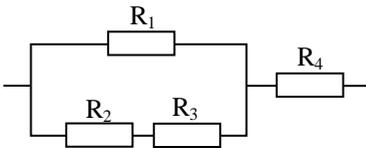
4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу B , элементы которой B_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$B_{i,j} = \begin{cases} \sqrt{\sin^2(i+j) + 1}, & \text{если } i > j, \\ 2i, & \text{если } i - \text{нечетное и } i = j, \\ 3 - \ln(i+j), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы B найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
- 2) минимальный и максимальный элементы;
- 3) среднее значение положительных элементов;
- 4) минимальное значение среди элементов строки с наибольшим четным номером.

5. Участок электрической цепи состоит из N последовательно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями. Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:



Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:

Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = -x_n + \sqrt{y_n^2 + 1}, \\ y_{n+1} = y_n \cos(x_n + 2). \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .

Лабораторная работа
Использование индексированных переменных.
Работа с векторами и матрицами

Вариант 12

1. Для числовой последовательности a_n ($n=1, 2, \dots$), общий член которой задается формулой $a_n = \ln(1 + \sin \sqrt{n})$,

- 1) вычислите первые N членов последовательности и найдите их сумму;
- 2) для заданного M найдите значение следующего выражения:

$$\frac{a_1}{|a_1|+1} + \frac{a_2}{|a_1+a_2|+1} + \frac{a_3}{|a_1+a_2+a_3|+1} + \dots + \frac{a_M}{|a_1+a_2+\dots+a_M|+1}.$$

2. На пути из пункта А в пункт В фиксировался график движения автомобиля: промежуток времени (мин) и скорость (км/ч) движения на этом промежутке времени:

Время, мин	15	20	10	20	10	14	13	16	23	30
Скорость, км/ч	60	45	0	44	60	0	55	45	56	60

Определите:

- 1) общее время (ч), затраченное на преодоление расстояния из пункта А в пункт В;
 - 2) расстояние между пунктами (км);
 - 3) суммарное время стоянок (мин);
 - 4) максимальную скорость.
3. Решите систему линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы:

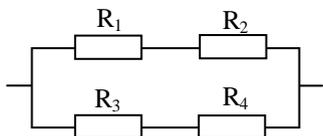
$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 7, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1. \end{cases}$$

4. Для заданного натурального числа N постройте квадратную матрицу C , элементы которой C_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$C_{i,j} = \begin{cases} \ln(i+j) - 2, & \text{если } i - \text{ нечетное и } i < j, \\ \sqrt{|\cos 2i|}, & \text{если } i = j, \\ (i-j)^2, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для построенной матрицы C найдите:

- 1) сумму элементов на главной диагонали;
 - 2) минимальный и максимальный элементы;
 - 3) количество положительных элементов ниже главной диагонали;
 - 4) минимальное значение среди элементов первой и последней строк.
5. Участок электрической цепи состоит из N параллельно соединенных фрагментов (см. рис.). Каждый фрагмент содержит четыре элемента с известными сопротивлениями.



Для заданных N и сопротивлений найти общее сопротивление участка цепи. Расчет провести для следующих данных:

Сопротивление, Ом	Номер фрагмента						
	1	2	3	4	5	6	7
R_1	1	3	2	4	1	2	2
R_2	2	3	3	1	2	2	4
R_3	2	2	4	2	2	4	3
R_4	4	4	2	2	1	2	4

6. Для заданных N, x_0, y_0 постройте две числовые последовательности x_n и y_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), которые являются решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \sin \sqrt{|y_n|}, \\ y_{n+1} = x_n - 2y_n. \end{cases}$$

Решение системы представьте графически на плоскости XOY .