

Определение алгоритма

Алгоритм — набор инструкций, описывающих порядок действий исполнителя для достижения результата решения задачи за конечное число действий.

В старой трактовке вместо слова «порядок» использовалось слово «последовательность», но по мере развития параллельности в работе компьютеров слово «последовательность» стали заменять более общим словом «порядок». Это связано с тем, что работа каких-то инструкций алгоритма может быть зависима от других инструкций или результатов их работы. Таким образом, некоторые инструкции должны выполняться строго после завершения работы инструкций, от которых они зависят. Независимые инструкции или инструкции, ставшие независимыми из-за завершения работы инструкций, от которых они зависят, могут выполняться в произвольном порядке, параллельно или одновременно, если это позволяют используемые процессор и операционная система.

Ранее часто писали «алгоритм», сейчас такое написание используется редко.

Часто в качестве исполнителя выступает некоторый механизм (компьютер, токарный станок, швейная машина), но понятие алгоритма необязательно относится к компьютерным программам. Так, например, чётко описанный рецепт приготовления блюда также является алгоритмом, в таком случае исполнителем является человек.

Понятие алгоритма относится к первоначальным, основным, базисным понятиям математики. Вычислительные процессы алгоритмического характера (арифметические действия над целыми числами, нахождение наибольшего общего делителя двух чисел и т. д.) известны человечеству с глубокой древности. Однако, в явном виде понятие алгоритма сформировалось лишь в начале XX века.

История термина

Само слово «алгоритм» происходит от имени хорезмского учёного Абу Абдуллах Мухаммеда ибн Муса аль-Хорезми (алгоритм — аль-Хорезми)¹. Около 825 года он написал сочинение, в котором впервые дал описание придуманной в Индии позиционной десятичной системы счисления. К сожалению, персидский оригинал книги не сохранился. Аль-Хорезми сформулировал правила вычислений в новой системе и, вероятно, впервые использовал 0 для обозначения пропущенной позиции в записи числа (её индийское название арабы перевели как *as-sifr* или просто *sifr*, отсюда такие слова, как «цифра» и «шифр»). Приблизительно в это же время индийские цифры начали применять и другие арабские учёные. В первой половине XII века книга аль-Хорезми в латинском переводе проникла в Европу. Переводчик, имя которого до нас не дошло, дал ей название *Algorithmi de numero Indorum* («Алгоритмы о счёте индийском»). По-арабски же книга именовалась *Китаб аль-джебр валь-мукабала* («Книга о сложении и вычитании»). Из оригинального названия книги происходит слово Алгебра (алгебра — аль-джебр — восполнение).



Таким образом, мы видим, что латинизированное имя среднеазиатского учёного было вынесено в заглавие книги, и сегодня считается, что слово «алгоритм» попало в европейские языки именно благодаря этому сочинению. Однако вопрос о его смысле длительное время вызывал ожесточённые споры. На протяжении многих веков происхождению слова давались самые разные объяснения.

¹ Википедия. Статья «Аль-Хорезми»

Свойства алгоритмов

Различные определения алгоритма в явной или неявной форме содержат следующий ряд общих требований:

- Дискретность — алгоритм должен представлять процесс решения задачи как последовательное выполнение некоторых простых шагов. При этом для выполнения каждого шага алгоритма требуется конечный отрезок времени, то есть преобразование исходных данных в результат осуществляется во времени дискретно.
- Детерминированность (определённость). В каждый момент времени следующий шаг работы однозначно определяется состоянием системы. Таким образом, алгоритм выдаёт один и тот же результат (ответ) для одних и тех же исходных данных. С другой стороны, существуют вероятностные алгоритмы, в которых следующий шаг работы зависит от текущего состояния системы и генерируемого случайного числа. Однако при включении метода генерации случайных чисел в список «исходных данных», вероятностный алгоритм становится подвидом обычного.
- Понятность — алгоритм должен включать только те команды, которые доступны исполнителю и входят в его систему команд.
- Завершаемость (конечность) — при корректно заданных исходных данных алгоритм должен завершать работу и выдавать результат за конечное число шагов. С другой стороны, вероятностный алгоритм может и никогда не выдать результат, но вероятность этого равна 0.
- Массовость (универсальность). Алгоритм должен быть применим к разным наборам исходных данных.
- Результативность — завершение алгоритма определёнными результатами.

Классификация алгоритмов

Алгоритмы в зависимости от цели, начальных условий задачи, путей ее решения, определения действий исполнителя подразделяются следующим образом:

- **Механические алгоритмы**, или иначе **детерминированные, жесткие** (например, алгоритм работы машины, двигателя и т. п.);
- **Гибкие алгоритмы**, например стохастические, то есть вероятностные и эвристические. Механический алгоритм задает определенные действия, обозначая их в единственной и достоверной последовательности, обеспечивая тем самым однозначный требуемый или искомый результат, если выполняются те условия процесса, задачи, для которых разработан алгоритм.
- **Вероятностный** (стохастический) алгоритм дает программу решения задачи несколькими путями или способами, приводящими к вероятному достижению результата.
- **Эвристический алгоритм** (от греческого слова «эврика») — алгоритм, использующий различные разумные соображения без строгих обоснований.
- **Линейный алгоритм** — набор команд (указаний), выполняемых последовательно во времени друг за другом.
- **Разветвляющийся алгоритм** — алгоритм, содержащий хотя бы одно условие, в результате проверки которого может осуществляться разделение на несколько параллельных ветвей алгоритма.
- **Циклический алгоритм** — алгоритм, предусматривающий многократное повторение одного и того же действия (одних и тех же операций) над новыми исходными данными. К циклическим алгоритмам сводится большинство методов вычислений, перебора вариантов. Цикл про-

граммы — последовательность команд (серия, тело цикла), которая может выполняться многократно (для новых исходных данных) до удовлетворения некоторого условия.

- **Вспомогательный (подчиненный) алгоритм (процедура)** — алгоритм, ранее разработанный и целиком используемый при алгоритмизации конкретной задачи. В некоторых случаях при наличии одинаковых последовательностей указаний (команд) для различных данных с целью сокращения записи также выделяют вспомогательный алгоритм. На всех этапах подготовки к алгоритмизации задачи широко используется структурное представление алгоритма.
- **Структурная блок-схема, граф-схема алгоритма** — графическое изображение алгоритма в виде схемы связанных между собой с помощью стрелок (линий перехода) блоков — графических символов, каждый из которых соответствует одному шагу алгоритма. Внутри блока дается описание соответствующего действия. Графическое изображение алгоритма широко используется перед программированием задачи вследствие его наглядности, так как зрительное восприятие обычно облегчает процесс написания программы, ее корректировки при возможных ошибках, осмысливание процесса обработки информации.

Задача 1. Решите уравнение

$$\sin 7x + \sin 9x = 2 \left[\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right) - \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) \right].$$

Основные формулы:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}, \quad (1)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad (2)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad (3)$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\sin \alpha. \quad (4)$$

Решение. Преобразуем правую часть уравнения:

$$\begin{aligned} 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right) - 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) &= 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) - 1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} + 4x \right) = \\ &= \sin 2x + \sin 4x = 2 \sin 3x \cos x. \end{aligned}$$

Для левой части заданного уравнения имеем:

$$\sin 7x + \sin 9x = 2 \sin 8x \cos x.$$

Следовательно, заданное уравнение равносильно следующему:

$$\cos x \cdot (\sin 8x - \sin 3x) = 0.$$

Применив формулу (3), получим:

$$2 \cos x \cdot \sin \frac{5x}{2} \cdot \cos \frac{11x}{2} = 0.$$

Полученное уравнение равносильно совокупности трех простейших:

$$1) \quad \cos x = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$

$$2) \quad \sin \frac{5x}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{5x}{2} = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x_2 = \frac{2\pi n}{5}, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$3) \quad \cos \frac{11x}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{11x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, \quad m \in \mathbb{Z} \Rightarrow x_3 = \frac{(2m+1)\pi}{11}, \quad m \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{2\pi n}{5}, \frac{(2m+1)\pi}{11}, k, n, m \in \mathbb{Z} \right\}$.

Тарифные планы группы «МегаФон – Все подключено»

Название тарифа	S	M	L	XL
Абоненская плата в месяц	200	500	900	1800
Перейти на тарифный план	*146*28#J	*146*29#J	*146*30#J	*146*31#J
Пакет услуг				
Вызовы на мобильные номера Северо-Западного филиала ОАО «МегаФон»	Без ограничений			
Вызовы на мобильные номера других операторов и на городские номера Домашнего региона	100 мин	400 мин	750 мин	3000 мин
Вызовы на мобильные номера сети «МегаФон»	-			Без ограничений
SMS на номера российских операторов	100 MS	200 SMS	500 SMS	1000 SMS
Мобильный Интернет (объем трафика)	100 МБ	Без ограничений		

Задача. Чему равно общее сопротивление участка электрической цепи (рис. 1), изображенного на рисунке, если известно, что $R_1 = 12 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$?

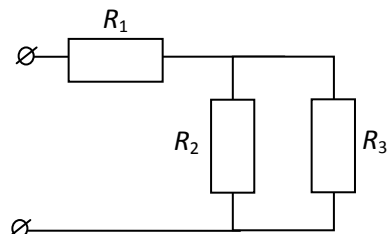


Рис. 1

Выбор (разветвление) – это набор действий, начинающийся с проверки некоторого условия. Результатом проверки может быть один из двух исходов: условие выполнено («ДА») или условие не выполнено («НЕТ»). Каждому из этих исходов могут соответствовать некоторые действия (рис. 2) или отсутствие каких-либо действий для одного из исходов. Обычно условие формулируется в виде логического выражения, вычисление которого в зависимости от результатов предшествующих действий дает значение **истина** («ДА») или **ложь** («НЕТ»).

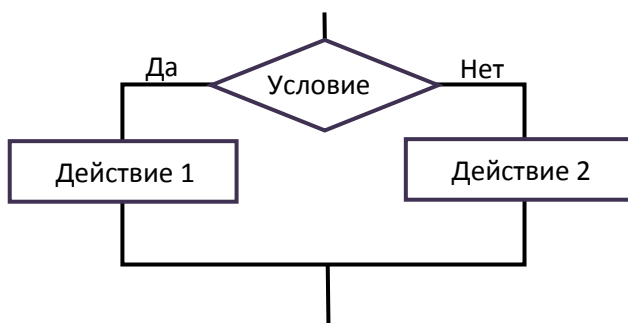


Рис. 2