

Примерный вариант контрольной работы по теме:

«Интегрирование уравнений линейных, в полных дифференциалах, уравнений Бернулли и Риккати»

Решите уравнения:

1) $y' - \frac{y}{x} = 2xe^{2x}$;

2) $5y^4(y^5 - x)y' = 1$;

3) $y \operatorname{tg} x - 4y' = \frac{y^5 \cos x}{\sin^2 x}$;

4) $y' + \frac{11y}{x} + y^2 = \frac{24}{x^2}$.

Решите уравнения, проверив предварительно, являются ли они уравнениями в полных дифференциалах. Если необходимо, подберите интегрирующий множитель вида $\mu = \mu(x)$, $\mu = \mu(y)$ либо $\mu = \mu(x + y)$:

5) $(2x \cos x^2 + \cos y^2)dx - 2xy \sin y^2 dy = 0$;

6) $\left(\frac{2\sqrt{y} \cdot e^x}{x} - y^3 \right) dx + \left(3y^2 + \frac{e^x \ln x}{\sqrt{y}} \right) dy = 0$;

7) $\left(2x + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right) dx + \frac{x}{y} \left(x + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right) dy = 0$;

8) $\left(\frac{(x+y) \ln(x+y)}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \right) dx + \sqrt{x} dy = 0$.

Ответы:

1) $y = x(e^{2x} + C), C \in R;$

2) $x = y^5 - 1 + Ce^{-y^5}, C \in R;$

3) $\frac{1}{y^4} = (C - \operatorname{ctg} x) \cos x, C \in R; y \neq 0;$

4) $y = \frac{2Cx^{14} + 12}{Cx^{15} - x}, C \in R; y = \frac{2}{x}.$

5) $\sin x^2 + x \cos y^2 = C;$

6) $y^3 e^{-x} + 2\sqrt{y} \ln x = C;$

7) $x^2 y + \operatorname{tg}(xy) = C, y \neq 0;$

8) $\sqrt{x} \ln(x + y) = C, x \neq 0.$