



[Ф] Филиппов А.В. **Сборник задач по дифференциальным уравнениям.** – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002.

URL: <http://elibrary.bsu.az/kitablar/846.pdf>

[М] Матвеев Н.М. **Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям.** – Минск: «Вышэйшая школа», 1987. [djvu](#)



Занятие № 4

[№5](#)

[№ 6](#)

[№ 7](#)

**24.02.2025**

## **Занятие № 4**

### **Уравнения, допускающие понижение порядка**



[Некоторые типы уравнений, допускающих понижение порядка<sup>1</sup>](#)

**Дифференциальное уравнение n-го порядка ( $n > 1$ ) имеет вид**

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0, \quad (1)$$

где  $F$  есть непрерывная функция своих аргументов, при этом левая часть зависит, по крайней мере, от старшей производной  $y^{(n)}$ .

Рассмотрим некоторые приемы понижения порядка уравнения (1), которые зависят от вида функции  $F$ .

---

<sup>1</sup> Подробнее см., например, в кн.: Степанов В.В. *Курс дифференциальных уравнений.* – М.: Едиториал УРСС, 2004 (гл. IV, § 2–4).

I. Если уравнение (1) не содержит искомой функции, т.е. оно имеет вид  $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$ , то заменой  $z = y^{(k)}$  получим уравнение  $F(x, z, z', \dots, z^{(n-k)}) = 0$ , порядок которого ниже на  $k$  единиц.

**№ 421 [Ф]:**  $x^2 y'' = (y')^2$ . (421.1)

Заменой  $z = y'$  уравнение приводится к виду  $x^2 z' = z^2$ , которое является уравнением с разделяющимися переменными. Очевидно,  $z = 0$  является решением. Ненулевые решения найдем, разделяя переменные:

$$x^2 \frac{dz}{dx} = z^2, \quad \frac{dz}{z^2} = \frac{dx}{x^2}, \quad \int \frac{dz}{z^2} = \int \frac{dx}{x^2} - C_1,$$

$$-\frac{1}{z} = -\frac{1}{x} - C_1, \quad z = \frac{x}{C_1 x + 1}, \quad C_1 \in \mathbb{R}.$$

Возвращаясь к замене, получим:

1)  $y' = 0, \quad y = C;$

2)  $y' = \frac{x}{C_1 x + 1},$

$$y = \int \frac{x dx}{C_1 x + 1} = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + C, & \text{если } C_1 = 0, \\ \frac{1}{C_1} \left( x - \frac{1}{C_1} \ln|C_1 x + 1| + C_2 \right), & \text{если } C_1 \neq 0. \end{cases}$$

Ответ:  $C_1 y = x - \frac{1}{C_1} \ln|C_1 x + 1| + C_2, \quad 2y = x^2 + C, \quad y = C.$

**№ 422 [Ф]:**  $2xy' y'' = (y')^2 - 1$  (422.1)

Заменой  $y' = z$  понизим порядок уравнения, получим

$$2xzz' = z^2 - 1. \quad (422.2)$$

Уравнение (422.2) является уравнением с разделяющимися переменными. Для него  $z = \pm 1$  – решения, и им соответствуют решения заданного уравнения:

$$y' = \pm 1 \rightarrow y = \pm x + C.$$

Другие решения найдем, разделяя переменные в уравнении (422.2):

$$\frac{2zdz}{z^2 - 1} = \frac{dx}{x} \rightarrow \ln|z^2 - 1| = \ln|x| + \ln|C_1| \rightarrow z^2 = C_1x + 1, \quad C_1 \neq 0,$$

$$(y')^2 = C_1x + 1 \rightarrow y' = \pm \sqrt{C_1x + 1} \rightarrow y = \pm \frac{2}{3C_1} (C_1x + 1)^{3/2} + C_2,$$

$$9C_1^2 (y - C_2)^2 = 4(C_1x + 1)^3, \quad C_1 \neq 0.$$

Ответ:  $9C_1^2 (y - C_2)^2 = 4(C_1x + 1)^3; \quad y = \pm x + C.$



### Домашнее задание

[Ф] №№ 433, 435.

05.03.2025



Занятие № 5

Уравнения, допускающие понижение порядка

II. Если уравнение (1) не содержит независимой переменной  $x$ , т.е. оно имеет вид  $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ , то порядок уравнения можно понизить, взяв  $y$  за новую “независимую” переменную и сделав замену  $y' = p(y)$ . При такой замене для производных порядка выше первого будем иметь:

$$y'' = \frac{d}{dx}(p(y)) = \frac{dp}{dy} \cdot y' = p' \cdot p,$$

$$y''' = \frac{d}{dx}(p'(y)p(y)) = \frac{d}{dy}(p' \cdot p) \cdot y' = \frac{d}{dy}(p' \cdot p) \cdot p = p'' p^2 + (p')^2 p,$$

$$\begin{aligned} y^{(4)} &= \frac{d}{dx}(p'' p^2 + (p')^2 p) = \frac{d}{dy}(p'' p^2 + (p')^2 p) \cdot y' = \\ &= \frac{d}{dy}(p'' p^2 + (p')^2 p) \cdot p = p''' p^3 + 4p'' p' p^2 + (p')^3 p, \end{aligned}$$

и т.д. Заметим, что  $y^{(k)} = g_k(p, p', p'', \dots, p^{(k-1)})$ . Следовательно, при указанной замене будет получено уравнение  $(n-1)$ -го порядка относительно новой неизвестной функции  $p$ :

$$F_1(y, p, p', p'', \dots, p^{(n-1)}) = 0.$$

$$\text{№ 425 [Ф]: } y'' = 2yy'. \quad (425.1)$$

Выполнив замену  $y' = p(y)$ , получим

$$pp' = 2yp. \quad (425.2)$$

Очевидно,  $p = 0$  является решением. Для него будем иметь

$$y' = 0 \rightarrow y = C. \quad (425.3)$$

Другие решения найдем, разделив обе части уравнения (425.2) на  $p$ :

$$pp' = 2yp \rightarrow p' = 2y \rightarrow p = y^2 + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

Выполнив обратную замену, получим уравнение:

$$y' = y^2 + C, \quad (425.4)$$

которое является уравнением с разделяющимися переменными. Построим его решение, рассматривая три случая:

1) Если  $C = 0$ , то будем иметь  $y' = y^2$ . Очевидно, оно имеет решение  $y = 0$ . Ненулевые решения найдем, разделяя переменные:

$$y' = y^2 \rightarrow \frac{dy}{y^2} = dx \rightarrow -\frac{1}{y} = x + C_1 \rightarrow y = -\frac{1}{x + C_1}.$$

2) Если  $C > 0$ , то, для удобства, обозначив  $C = C_1^2$ , решим уравнение  $y' = y^2 + C_1^2$ . Разделяя переменные, будем иметь:

$$\frac{dy}{y^2 + C_1^2} = dx \rightarrow \frac{1}{C_1} \operatorname{arctg} \frac{y}{C_1} = x + C_2 \rightarrow \operatorname{arctg} \frac{y}{C_1} = C_1(x + C_2).$$

3) Если  $C < 0$ , то, обозначив  $C = -C_1^2$ , будем иметь  $y' = y^2 - C_1^2$ . Очевидно,  $y = \pm C_1$  являются решениями уравнения. Другие решения найдем, разделяя переменные:

$$\frac{dy}{y^2 - C_1^2} = dx \rightarrow \frac{1}{2C_1} \ln \left| \frac{y - C_1}{y + C_1} \right| = x + C_2.$$

Учитывая, что решения  $y = 0$  и  $y = \pm C_1$  входят в первое найденное множество решений (425.3), запишем ответ.

Ответ:

$$\operatorname{arctg} \frac{y}{C_1} = C_1(x + C_2), \quad \ln \left| \frac{y - C_1}{y + C_1} \right| = 2C_1(x + C_2),$$

$$y = -\frac{1}{x + C}, \quad y = C.$$

**№ 429 [Ф]:**  $yy'' = (y')^2 - (y')^3$ . (429.1)

Выполнив замену  $y' = p(y)$ , получим

$$yp \frac{dp}{dy} = p^2 - p^3. \quad (429.2)$$

Полученное уравнение является уравнением с разделяющимися переменными. Для него будем иметь

$$yp \frac{dp}{dy} = p^2 - p^3 \Leftrightarrow \begin{cases} p = 0, \\ p = 1, \\ \frac{dp}{p(1-p)} = \frac{dy}{y}. \end{cases}$$

Найдем решение последнего уравнения:

$$\frac{dp}{p(1-p)} = \frac{dy}{y} \Leftrightarrow \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{1-p} \right) dp = \frac{dy}{y} \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln|p| - \ln|p-1| = \ln|y| + \ln|C_1| \rightarrow \frac{p}{p-1} = C_1 y \rightarrow p = \frac{C_1 y}{C_1 y - 1}.$$

Возвращаясь к замене, будем иметь:

$$1) \quad p=0 \rightarrow y'=0 \rightarrow y=C;$$

$$2) \quad p=1 \rightarrow y'=1 \rightarrow y=x+C;$$

$$3) \quad p = \frac{C_1 y}{C_1 y - 1} \rightarrow y' = \frac{C_1 y}{C_1 y - 1} \rightarrow \frac{C_1 y - 1}{C_1 y} dy = dx \rightarrow$$

$$\rightarrow y - \frac{1}{C_1} \ln|y| = x + C_2.$$

Решения, полученные в пунктах 2) и 3), можно объединить, записав ответ следующим образом:

Ответ:  $y + C_1 \ln|y| = x + C_2; \quad y = C.$

(при  $C_1 = 0$  получим  $y = x + C_2$ )

### III. Понижение порядка уравнения приведением обеих частей уравнения к полной производной

$$\text{№ 456 [Ф]: } y' y''' = 2(y'')^2. \quad (456.1)$$

Сначала понизим порядок уравнения заменой  $z = y'$ . В результате будем иметь:

$$z \cdot z'' = 2(z')^2. \quad (456.2)$$

Заметим, что  $z = C_1$  является решением уравнения (456.2) и тогда, решая уравнение  $y' = C_1$ , найдем  $y = C_1x + C_2$ . Другие решения уравнения (456.3) найдем, выполнив следующую цепочку преобразований:

$$\begin{aligned} z \cdot z'' &= 2(z')^2 \rightarrow \frac{z''}{z'} = \frac{2z'}{z} \rightarrow (\ln|z'|)' = 2(\ln|z|)' \rightarrow \\ \rightarrow \ln|z'| &= \ln z^2 + \ln|-C_1| \rightarrow z' = -C_1 z^2 \rightarrow \frac{dz}{z^2} = -C_1 dx \rightarrow \\ \rightarrow -\frac{1}{z} &= -C_1 x - C_2 \rightarrow z = \frac{1}{C_1 x + C_2}, \quad C_1 \neq 0. \end{aligned}$$

**Замечание.** Уравнение (456.2) можно решить методом, рассмотренным в [п. II](#), сделав замену  $z' = p(z)$ .

Возвращаясь к замене, будем иметь:

$$y' = \frac{1}{C_1 x + C_2}, \quad C_1 \neq 0 \rightarrow y = \frac{1}{C_1} \ln|C_1 x + C_2| + C_3.$$

Ответ:  $y = \frac{1}{C_1} \ln|C_1 x + C_2| + C_3; \quad y = C_1 x + C_2.$



### Домашнее задание

[Ф] №№ 437, 438, 460.

10.03.2025



Занятие № 6

Уравнения, допускающие понижение порядка

IV. Если уравнение однородно относительно искомой функции и ее производных, т.е. не меняется при одновременной замене  $y$ ,

$y', y'', \dots, y^{(n)}$  на  $ky, ky', ky'', \dots, ky^{(n)}$ , то порядок уравнения понижается подстановкой  $y' = yz$ , где  $z$  – новая неизвестная функция переменной  $x$ .

$$\text{№ 463 [Ф]: } xy y' - x(y')^2 = y y' \quad (463.1)$$

1 способ. Функция  $F(x, y, y', y'') = xy y' - x(y')^2 - y y'$  является однородной относительно  $y, y', y''$ . Действительно,

$$F(x, ky, ky', ky'') = k^2 F(x, y, y', y'').$$

Выполним замену  $y' = yz$ . Так как  $y'' = y'z + yz' = y(z^2 + z')$ , то уравнение (463.1) принимает вид

$$xy^2(z^2 + z') - xy^2z^2 = y^2z \rightarrow xy^2z' = y^2z. \quad (463.2)$$

В результате порядок заданного уравнения понижен на единицу. Очевидно,  $y = 0$  является решением. Другие решения найдем, разделив обе части уравнения (463.2) на  $y^2$ :

$$xz' = z. \quad (463.3)$$

$z = 0$  является решением. Далее, разделив переменные в (463.2), будем иметь:

$$\frac{dz}{z} = \frac{dx}{x} \rightarrow \ln|z| = \ln|x| + \ln|C| \rightarrow z = Cx.$$

Решение  $z = 0$  будет содержаться в полученной формуле при  $C = 0$ . Возвращаясь к замене, будем иметь

$$y' = yz \rightarrow y' = Cxy \rightarrow y = C_2 e^{C_1 x^2}.$$

Заметим, что решение  $y = 0$  не было потеряно.

2 способ. Заметим, что  $y = C$ , где  $C$  – произвольная константа, является решением заданного уравнения. Будем искать другие решение, поделив обе части уравнения на  $y y'$ . При этом получим

$$x \cdot \frac{y''}{y'} - x \cdot \frac{y'}{y} = 1 \Leftrightarrow \frac{d \ln|y'|}{dx} - \frac{d \ln|y|}{dx} = \frac{1}{x}.$$

После интегрирования последнего уравнения, будем иметь

$$\ln |y'| - \ln |y| = \ln |x| + \ln |C_1| \Leftrightarrow \frac{y'}{y} = C_1 x, \quad C_1 \neq 0.$$

Полученное уравнение является уравнением с разделяющимися переменными. Интегрируя его, найдем

$$\ln |y| = \frac{C_1 x^2}{2} + \ln |C_2| \Leftrightarrow y = C_2 \exp\left(\frac{C_1 x^2}{2}\right), \quad C_1, C_2 \neq 0. \quad (463.4)$$

Решение  $y = C$  можно объединить с (463.3), сняв ограничения на  $C_1$  и  $C_2$ .

Ответ:  $y = C_2 e^{C_1 x^2}.$

$$\text{№ 426 [\Phi]: } y y'' + 1 = (y')^2 \quad (426.1)$$

**Замечание.** Уравнение не имеет решений вида  $y = C$ .

Выполнив замену  $y' = p(y)$ , получим

$$y p p' + 1 = p^2 \rightarrow y p p' = p^2 - 1.$$

Очевидно,  $p = \pm 1$  – решения уравнения. Тогда

$$y' = \pm 1 \rightarrow y = \pm x + C.$$

Другие решения найдем, разделяя переменные

$$\begin{aligned} y p p' = p^2 - 1 &\rightarrow \frac{p dp}{p^2 - 1} = \frac{dy}{y} \rightarrow \ln |p^2 - 1| = 2 \ln |y| + \ln |C| \rightarrow \\ &\rightarrow p^2 = C y^2 + 1, \quad C \neq 0. \end{aligned}$$

Выполнив обратную замену, получим:

$$(y')^2 = C y^2 + 1 \rightarrow y' = \pm \sqrt{C y^2 + 1}.$$

Полученные уравнения являются уравнениями с разделяющимися переменными, решения которых получим, рассматривая два случая  $C > 0$  и  $C < 0$ .

1. Если  $C > 0$ , то, полагая  $C = C_1^2$ , решим уравнение  $y' = \sqrt{C_1^2 y^2 + 1}$ .  
Разделяя переменные, будем иметь:

$$\frac{dy}{\sqrt{C_1^2 y^2 + 1}} = \pm dx \rightarrow \frac{1}{C_1} \ln |C_1 y + \sqrt{C_1^2 y^2 + 1}| = \pm x + C_2.$$

2. Если  $C < 0$ , то, полагая  $C = -C_1^2$ , решим уравнение  $y' = \sqrt{1 - C_1^2 y^2}$ . Разделяя переменные, будем иметь ( в силу замечания, сделанного выше, потери решений не происходит):

$$\frac{dy}{\sqrt{1 - C_1^2 y^2}} = \pm dx \rightarrow \frac{1}{C_1} \arcsin(C_1 y) = \pm x + C_2.$$

Ответ:

$$\begin{aligned} y &= \pm x + C, \\ \ln |C_1 y + \sqrt{C_1^2 y^2 + 1}| &= C_1 (\pm x + C_2); \\ \arcsin(C_1 y) &= C_1 (\pm x + C_2). \end{aligned}$$

**№ 432 [Ф]:**  $(y'')^3 + xy' = 2y'$

(432.1)

Заменой  $y' = z$  понизим порядок уравнения, получим

$$(z')^3 + xz = 2z. \quad (432.2)$$

Уравнение (432.2) является уравнением, не разрешенным относительно производной. Построим его решение методом введения параметра. Введя параметр  $p = z'$ , будем иметь:

$$\begin{cases} dz = p dx, \\ z = \frac{1}{2}(p^3 + xp), \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}(3p^2 dp + p dx + x dp) = p dx, \\ z = \frac{1}{2}(p^3 + xp), \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3p^2 + x)dp = p dx, \\ z = \frac{1}{2}(p^3 + xp), \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p = 0, \\ \frac{dx}{dp} = \frac{x}{p} + 3p, \\ z = \frac{1}{2}(p^3 + xp). \end{cases}$$

1. Если  $p = 0$ , то будем иметь:

$$z = 0 \rightarrow y' = 0 \rightarrow y = C.$$

2. Методом вариации решим уравнение

$$\frac{dx}{dp} = \frac{x}{p} + 3p.$$

Решением соответствующего однородного уравнения является

$$x = Cp.$$

Тогда для  $x = C(p)p$ , будем иметь

$$C'(p)p + C(p) = C(p) + 3p \rightarrow C'(p) = 3 \rightarrow C(p) = 3p + C_1.$$

Следовательно,

$$\begin{cases} x = 3p^2 + C_1 p, \\ z = \frac{1}{2}(p^3 + xp), \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3p^2 + C_1 p, \\ z = \frac{1}{2}(4p^3 + C_1 p^2). \end{cases}$$

Возвращаясь к замене  $y' = z$ , получим

$$dy = z dx = \frac{1}{2}(4p^3 + C_1 p^2)d(3p^2 + C_1 p),$$

$$dy = (12p^4 + 5C_1 p^3 + \frac{C_1^2 p^2}{2})dp,$$

$$y = \frac{12}{5} p^5 + \frac{5C_1}{4} p^4 + \frac{C_1^2 p^3}{6} + C_2.$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = 3p^2 + C_1 p, \\ y = \frac{12}{5} p^5 + \frac{5C_1}{4} p^4 + \frac{C_1^2 p^3}{6} + C_2, \\ y = C. \end{cases}$$

$$\text{№ 434 [Ф]: } y'' + (y')^2 = 2e^{-y}. \quad (434.1)$$

Выполнив замену  $y' = p(y)$ , получим

$$pp' + p^2 = 2e^{-y}.$$

Заменой  $p^2 = u(y)$  уравнение сводится к линейному

$$u' + 2u = 4e^{-y}. \quad (434.2)$$

Для соответствующего однородного уравнения имеем:

$$u' + 2u = 0 \rightarrow u = Ce^{-2y}.$$

Применяя метод вариации произвольной постоянной, будем искать решение уравнения (434.2) в виде:

$$u = C(y)e^{-2y}. \quad (434.3)$$

Подставляя (434.3) в (434.2), получим

$$C'(y) = 4e^y \rightarrow C(y) = 4e^y + C_1.$$

Найдя общее решение уравнения (434.2):

$$u = (4e^y + C_1)e^{-2y},$$

выполним обратные замены:

$$p^2 = (4e^y + C_1)e^{-2y} \rightarrow (y')^2 = (4e^y + C_1)e^{-2y} \rightarrow y' = \pm \frac{\sqrt{4e^y + C_1}}{e^y}.$$

Решим полученные уравнения, разделяя переменные:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{\sqrt{4e^y + C_1}}{e^y} \rightarrow \frac{e^y dy}{\sqrt{4e^y + C_1}} = \pm dx \rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{4e^y + C_1} = \pm x + C_2.$$

**Замечание.** При разделении не происходит потеря решений, так как уравнение (434.1) не имеет решений вида  $y = C$ .

Ответ:  $\sqrt{4e^y + C_1} = 2(C_2 \pm x).$

Замечание. Полученное решение можно преобразовать к виду

$$e^y + C_1 = (x + C_2)^2.$$



### Домашнее задание

[Ф] №№ 447, 451.

19.03.2025



### Занятие № 7

#### Уравнения, допускающие понижение порядка

Построить решение уравнения  $x = e^{y''}(y''-1)$  (1)

Построим решение уравнения методом введения параметра. Запишем уравнение в параметрическом виде:

$$\begin{cases} y'' = p, \\ x = e^p(p-1). \end{cases}$$

Так как  $dy' = y'' dx$ , то будем иметь

$$dy' = p(e^p(p-1) + e^p)dp, \quad dy' = p^2 e^p dp.$$

Интегрируя полученное уравнение, найдем

$$y' = (p^2 - 2p + 2)e^p + C_1.$$

Так как  $dy = y' dx$ , то

$$dy = ((p^2 - 2p + 2)e^p + C_1) p e^p dp$$

и, следовательно,



$$y = \int ((p^2 - 2p + 2)e^p + C_1) p e^p dp = \\ = \frac{4p^3 - 14p^2 + 22p - 11}{8} e^{2p} + C_1(p-1)e^p + C_2.$$

В результате получили решение уравнения (1) в параметрическом виде.

Ответ:

$$\begin{cases} x = e^p(p-1), \\ y = \frac{4p^3 - 14p^2 + 22p - 11}{8} e^{2p} + C_1(p-1)e^p + C_2. \end{cases}$$

**№ 501 [Φ]:**  $yy' = 2x(y')^2$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 0.5$ . (501.1)

Так как уравнение является однородным относительно  $y$  и  $y'$ , то можно понизить его порядок, выполнив замену  $y' = yz$ . В результате получим уравнение

$$y^2(z^2 + z') = 2xy^2z^2. \quad (501.2)$$

Очевидно, уравнение имеет решение  $y = 0$ . Но оно не удовлетворяет начальным условиям и исключается из дальнейшего рассмотрения. Разделив уравнение на  $y^2$ , получим

$$z^2 + z' = 2xz^2. \quad (501.3)$$

Используя заданные начальные условия, построим начальное условие для уравнения (501.3):

$$y'(2) = y(2)z(2) \rightarrow z(2) = \frac{y'(2)}{y(2)} = \frac{1}{4}. \quad (501.4)$$

Очевидно, следует искать ненулевое решение уравнения (501.3). Найдем его, разделяя переменные:

$$z' + z^2 = 2xz^2 \rightarrow z' = (2x-1)z^2 \rightarrow -\frac{dz}{z^2} = (1-2x)dx \rightarrow \\ \rightarrow \frac{1}{z} = x - x^2 + C \rightarrow z = \frac{1}{x - x^2 + C}.$$

Подчинив найденное решение уравнения (501.3) условию (501.4):

$z(2) = \frac{1}{C-2} = \frac{1}{4}$ , установим, что  $C = 6$ . Возвращаясь к замене, решим уравнение  $y' = y \cdot \frac{1}{x-x^2+6}$ . Разделяя переменные, найдем его ненулевое решение:

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x-x^2+x} \rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-3} \right) dx \rightarrow$$

$$\ln|y^5| = \ln \left| \frac{x+2}{x-3} \right| + \ln|C| \rightarrow y^5 = C \cdot \frac{x+2}{x-3}.$$

Используя начальное условие  $y(2)=2$ , найдем  $C = -8$ .

Ответ:  $(3-x)y^5 = 8(x+2)$ .

---

## Разбор примерного варианта контрольной работы на тему «Уравнения, допускающие понижение порядка»

### Примерный вариант



#### Домашнее задание

[Ф] № 442, 502.

Выполнить задания домашней контрольной работы на тему «Уравнения, допускающие понижение порядка» (Часть 2).

Срок сдачи работы **12 апреля**.