Вопросы и упражнения для самопроверки по теме:

Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами

1. Для какого из уравнений

1) $y''' - 3y'' + 4y' + 8y = 0;$
2) $y''' + 2y'' + 10y' = 0;$
3) $y''' + 7y'' + 15y' + 9y = 0$

функции $y_1 = e^{-x},\ y_2 = e^{2x}\cos 2x,\ y_3 = e^{2x}\sin 2x$ образуют его фундаментальную систему решений?

2. Для какого из уравнений

1) $y''' - y'' + y' - y = 0;$
2) $y''' - 3y'' + 9y' - 27y = 0;$
3) $y''' + 11y'' + 40y' + 48y = 0$

функции $y_1 = e^{-3x},\ y_2 = e^{-4x},\ y_3 = xe^{-4x}$ образуют его фундаментальную систему решений?

3. Фундаментальная система решений уравнения $y''' - 2y'' - 3y' + 10y = 0$ имеет вид:

1) $y_1 = e^{-2x};\ y_2 = e^{2x}\cos x;\ y_3 = e^{2x}\sin x;$
2) $y_1 = e^{-2x};\ y_2 = e^{-2x}cosx;\ y_3 = e^{-2x}\sin x;$
3) $y_1 = e^{2x};\ y_2 = e^{2x}\cos x;\ y_2 = e^{2x}\sin x.$

4. Все решения уравнения $y'' + 4y = 0$ при $x \to +\infty$:

1) не ограничены;
2) стремятся к нулю:
3) остаются ограниченными, но не стремятся к нулю.

5. Все решения уравнения $y'' + y' + 4y = 0$ при $x \to +\infty$:

1) не ограничены;
2) стремятся к нулю:
3) остаются ограниченными, но не стремятся к нулю.

6. Семейство функций $y = C_1e^x + C_2\cos x + C_3\sin x$ образуют общее решение уравнения:

1) $y''' - 3y'' + 4y' + 8y = 0;$
2) $y''' - 2y'' - 4y' + 8y = 0;$
3) $y''' - y'' + y' - y = 0.$

7. Какой вид имеет частное решение уравнения $y''+9y' = 4x+e^{-3x}+$ $+x\cos 3x$:

1) $y = (Ax+B)+Ce^{-3x}+(Dx+E)\cos 3x+(Fx+G)\sin 3x$;
2) $y = x(Ax+B)+Ce^{-3x}+(Dx+E)\cos 3x+(Fx+G)\sin 3x$;
3) $y = (Ax+B)+Cxe^{-3x}+(Dx+E)\cos 3x+(Fx+G)\sin 3x$.

8. Частное решение уравнения $y''-2y'+y = e^{-x}(\cos x+\sin x)+xe^{x}$ методом неопределенных коэффициентов следует искать в виде:

1) $y = x(Ax+B)e^{x}+e^{-x}(C\cos x+D\sin x)$;
2) $y = x^2(Ax+B)e^{x}+e^{-x}(C\cos x+D\sin x)$;
3) $y = (Ax+B)e^{x}+xe^{-x}(C\cos x+D\sin x)$.

9. Частное решение уравнения $y''+6y'+10y = 3xe^{-3x}-2e^{3x}\cos x$ методом неопределенных коэффициентов следует искать в виде:

1) $y = (Ax+B)e^{-3x}+e^{3x}(C\cos x+D\sin x)$;
2) $y = (Ax+B)e^{-3x}+e^{-3x}(C\cos x+D\sin x)$;
3) $y = x(Ax+B)e^{-3x}+e^{3x}(C\cos x+D\sin x)$.

10. Составьте фундаментальную систему решений некоторого дифференциального уравнения, если известны корни λ_i его характеристического уравнения и их кратности k_i:

1) $\lambda_1 = 1,\ k_1 = 1;\quad \lambda_2 = 3,\ k_2 = 1$;
2) $\lambda_1 = 2,\ k_1 = 1;\quad \lambda_2 = -1,\ k_2 = 3$;
3) $\lambda_{1,2} = -2\pm 3i,\ k_{1,2} = 1$;
4) $\lambda_{1,2} = 3\pm i,\ k_{1,2} = 2$.

11. Постройте линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющие данные частные решения:

1) $y_1 = xe^{x},\ \ y_2 = e^{-x}$;
2) $y_1 = x,\ \ y_2 = \sin x$.