

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Петрозаводский государственный университет

Институт математики и информационных технологий
Кафедра прикладной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ К.Г. Тарасов

«___» _____ 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки бакалавриата
01.03.01 – Математика

Профиль направления подготовки бакалавриата
Общий

Форма обучения *очная*

Петрозаводск
2018

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 943 и учебным планом по направлению подготовки бакалавриата 01.03.01 – Математика (профиль – *общий*).

Разработчики:

Заика Юрий Васильевич, профессор кафедры прикладной математики и кибернетики института математики и информационных технологий ПетрГУ, доктор физ.-мат. наук, профессор

_____ (подпись)

Семёнова Елена Евгеньевна, доцент кафедры прикладной математики и кибернетики института математики и информационных технологий ПетрГУ, к.ф.-м.н., доцент

_____ (подпись)

Эксперт:

Родченкова Наталья Ивановна, старший научный сотрудник лаборатории моделирования природно-технических систем Института прикладных математических исследований КарНЦ РАН, руководитель службы научных коммуникаций КарНЦ РАН, к.ф.-м.н.

_____ (подпись)

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры *прикладной математики и кибернетики*

Протокол № ____ от « ____ » _____ 2018 г.

Заведующий кафедрой _____ (к.ф.-м.н., доцент, Пешкова И.В.)
(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании учебно-методической комиссии института *математики и информационных технологий*

Протокол № ____ от « ____ » _____ 2018 г.

Директор института _____ (к.ф.-м.н., доцент, Светова Н.Ю.)
(подпись)

Начальник методического отдела
учебно-методического управления ПетрГУ _____ И.В. Маханькова

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) бакалавриата

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код и этап формирования компетенции	Формулировка компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы достижения компетенции)
ОПК-1 (основной)	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, дифференциальных уравнений в будущей профессиональной деятельности. (частично)	<p>Знать: основные понятия, определения, свойства решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем; методы интегрирования простейших типов уравнений и методы их качественного исследования; области приложений в естественных науках.</p> <p>Уметь: классифицировать простейшие типы уравнений, применять соответствующие методы их интегрирования, анализировать качественную картину поведения решений.</p> <p>Владеть навыками (опытом деятельности): навыками интегрирования дифференциальных уравнений, методологией применения полученных знаний в других областях математики и дисциплинах естественнонаучного содержания.</p>
ПК-2 (основной)	Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	<p>Знать: типы краевых задач, виды граничных условий; условия существования и единственности решения задачи Коши; свойства решений задачи Штурма-Лиувилля.</p> <p>Уметь: ставить и исследовать задачу Коши; решать задачу Штурма-Лиувилля для однородного уравнения с постоянными коэффициентами.</p> <p>Владеть: методами построения в явном виде решений краевых задач.</p>
ПК-3 (основной)	Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	<p>Знать: теоремы существования и единственности решения задачи Коши; теоремы о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений и систем; теоремы о представлении решений дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами; утверждения об устойчивости решений и поведении траекторий вблизи положений равновесия.</p> <p>Уметь:</p>

		доказывать теоремы и использовать их для выяснения свойств решений краевых задач. Владеть: методикой доказательства утверждений.
--	--	---

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата и язык преподавания

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в базовую часть учебного плана основной образовательной программы бакалавриата по данному направлению подготовки и является обязательной для изучения.

Согласно учебному плану дисциплина проводится в 3 и 4 семестрах.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении образовательной программы предыдущего уровня, а также при изучении дисциплин учебного плана данной образовательной программы: *Алгебра, Математический анализ*.

Полученные знания активно используются в дальнейшем при изучении таких дисциплин как *Уравнения с частными производными, Теоретическая механика, Вариационное исчисление, Численные методы, Математические модели в экологии*, а также при выполнении научно-исследовательской работы в области математического моделирования физических, биологических, экологических, экономических, социальных и других процессов живой и неживой природы.

Язык преподавания – русский.

3. Виды учебной работы и тематическое содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц или 288 академических часа.

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Объем в академических часах
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	288
В том числе:	
Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), всего	124
В том числе:	
Лекции (Л)	62
Практические занятия (Пр)	62
Лабораторные занятия (Лаб)	0
Вид промежуточной аттестации	зачет (3 семестр), экзамен (4 семестр)
Самостоятельная работа обучающихся (СР) (всего)	164
В том числе:	
Самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовка к занятиям. Подготовка к промежуточной аттестации	

3.2. Краткое содержание дисциплины по разделам и видам учебной работы

№ п/п	Раздел дисциплины (тематический модуль)	Трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)					Оценочное средство
		Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель- ная работа	
Семестр № 3							
1	Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка	107	16	30		61	Контроль- ная работа
2	Общие свойства решений систем дифференциальных уравнений	28	14			14	
Вид промежуточной аттестации в семестре – зачет		9				9	Вопросы к зачету
<i>Всего, 3 семестр</i>		144	30	30		84	
Семестр № 4							
3	Линейные уравнения и системы	58	22	16		20	Контроль- ная работа
4	Элементы качественной теории дифференциальных уравнений	38	8	12		18	Контроль- ная работа
5	Уравнения в частных производных 1-го порядка	16	2	4		6	контроль- ная работа
Вид промежуточной аттестации в семестре – экзамен		36				36	Вопросы к экзамену
<i>Всего, 4 семестр</i>		144	32	32		80	
Итого:		288	62	62		164	

3.3. Содержание аудиторных занятий

Содержание лекционных занятий

№ раздела	№ лекции	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестр № 3				
1	1-2	Общие понятия теории дифференциальных уравнений (ДУ), примеры математических моделей динамических процессов.	4	
1	3	Задача Коши, формулировки теорем существования и единственности решений. Геометрическая интерпретация. Понятия общего решения и общего интеграла.	2	

1	4-6	Уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах, уравнения Бернулли и Риккати.	6	
1	7-8	Уравнения, не разрешенные относительно производной. Задача Коши, особые решения, огибающая. Методы интегрирования.	4	
2	9-10	Доказательство теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Управляемые системы с кусочно-непрерывными управлениями.	4	
2	11-12	Зависимость решений от числовых и функциональных параметров, начальных данных.	4	
2	13	Элементы аналитической теории дифференциальных уравнений. Теорема Коши. Уравнение Бесселя.	2	
2	14	Метод малого параметра. Регулярные и сингулярные возмущения.	2	
2	15	Дифференциальные уравнения с последействием	2	
		Всего, 3 семестр	30	
Семестр № 4				
3	1-2	Линейные уравнения n -го порядка. Общие свойства.	4	
3	3	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами	2	
3	4-5	Уравнения второго порядка. Элементы теории колебаний. Явление резонанса.	4	
3	6	Импульсные возмущения. Применение дельта-функции.	2	
3	7	Линейные системы ДУ. Общие свойства.	2	
3	8	Линейные системы с постоянными коэффициентами	2	
3	9	Линейные системы с периодическими коэффициентами	2	
3	10	Операционный метод решения ДУ	2	
3	11	Линейная граничная задача	2	
4	12	Векторные поля, фазовые потоки. Общие свойства траекторий динамических систем.	2	
4	13	Производная по направлению поля фазовой скорости. Первые интегралы.	2	
4	14	Фазовый портрет динамической системы на плоскости	2	
4	15	Устойчивость движения. Функции Ляпунова	2	
5	16	Линейное уравнение с частными производными первого порядка	2	
		Всего, 4 семестр	32	
		Всего:	62	

Содержание практических занятий

№ раздела	№ занятия	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестр № 3				
1	1-4	Методы интегрирования дифференциальных уравнений 1-го порядка (уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения).	7	
1	4	<i>Контрольная работа № 1 (часть 1).</i>	1	
1	5-9	Методы интегрирования дифференциальных уравнений 1-го порядка (линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, уравнения Бернулли и Риккати).	10	
1	10	<i>Контрольная работа № 1 (часть 2).</i>	2	
1	11-12	Методы интегрирования уравнений, не разрешенных относительно производной. Уравнения Клеро и Лагранжа. Особые решения, огибающая семейства кривых.	4	
1	13-14	Уравнения, допускающие понижение порядка	4	
1	15	<i>Контрольная работа № 2 (часть 1).</i>	2	
		Всего, 3 семестр	30	
Семестр № 4				
3	1-5	Решение линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Методы Лагранжа, Коши, неопределенных коэффициентов.	10	
3	6-7	Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и их систем	4	
3	8	<i>Контрольная работа № 3 (часть 1)</i>	2	
4	9-10	Линейные системы. Типы особых точек на фазовой плоскости. Фазовые портреты.	4	
4	11-13	Нелинейные системы. Теорема об устойчивости по первому приближению.	6	
4	14	<i>Контрольная работа № 4 (часть 1)</i>	2	
5	15-16	Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка	4	
		Всего, 4 семестр	32	
		Итого:	62	

3.4. Организация самостоятельной работы обучающегося

Виды самостоятельной работы	Трудоемкость в час.
Самостоятельная проработка курса лекций, работа с литературой	30
Выполнение домашних заданий (в том числе заданий, решаемых с помощью систем компьютерной математики)	37
Подготовка к контрольным работам	4
Выполнение индивидуального контрольного задания.	4

<i>Контрольная работа № 2 (часть 2). Уравнения, допускающие понижение порядка</i>	
Подготовка к зачету, сдача зачета	9
Всего, 3 семестр	84
Самостоятельная проработка курса лекций, работа с литературой	10
Выполнение домашних заданий (в том числе заданий, решаемых с помощью систем компьютерной математики)	20
Подготовка к контрольным работам	4
Выполнение индивидуального контрольного задания. <i>Контрольная работа № 3 (часть 2). Линейные уравнения. Системы линейных уравнений</i>	2
Просмотр презентации «Фазовые портреты динамических систем. Часть 1. Линейные динамические системы» https://edu.petsu.ru/object/3299	4
Выполнение индивидуального контрольного задания. <i>Контрольная работа № 4 (часть 2). Теорема об устойчивости по первому приближению. Фазовый портрет нелинейной динамической системы.</i>	4
Подготовка к экзамену, сдача экзамена	36
Всего, 4 семестр	80
Всего за год	128

4. Образовательные технологии по дисциплине

При изучении дисциплины «Дифференциальные уравнения» используются следующие образовательные технологии:

- аудиторные занятия (лекционные и практические занятия);
- внеаудиторные занятия (самостоятельная работа, индивидуальные консультации).

Предусматривается использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

- практические занятия в диалоговом режиме;
- решение задач с помощью систем компьютерной математики (вычисление интегралов; нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы; построение изображений по Лапласу, восстановление оригиналов по известному изображению; визуализация решений).

Учебно-методические материалы публикуются на сайте дисциплины:

https://math-it.petsu.ru/users/semnova/DIFF_UR/index.html

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.1. Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины с помощью *устного опроса* на практических занятиях, при проведении занятий в форме *контрольной работы*, а также проверки выполнения *домашних заданий*. К оценочным средствам для текущего контроля относятся:

- аудиторные контрольные работы,
- индивидуальные контрольные задания (домашние контрольные работы).

Примеры вариантов контрольных работ

Контрольная работа № 1 (часть 1, аудиторная)

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения

Решите уравнения:

$$1) y' \ln y = yx^2 \ln x; \quad 2) \left(y' - \frac{y}{x}\right) \cos \frac{y}{x} = \sin^2 \frac{y}{x}; \quad 3) y' = \frac{y-15x+13}{y+9x-11}.$$

Критерий оценивания

Задание 1)	2 балла
Задание 2)	3 балла
Задание 3)	4 балла

В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: «Отлично» – 8–9 баллов, «хорошо» – 5–7 баллов, «удовлетворительно» – 2–4 балла, «неудовлетворительно» – менее 2 баллов.

Контрольная работа № 1 (часть 2, аудиторная)

Методы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка

Решите уравнения:

$$1) y' - \frac{y}{x} = 2xe^{2x}; \quad 2) y \operatorname{tg} x - 4y' = \frac{y^5 \cos x}{\sin^2 x}; \quad 3) y' + \frac{11y}{x} + y^2 = \frac{24}{x^2}.$$
$$4) (2x \cos x^2 + \cos y^2) dx - 2xy \sin y^2 dy = 0; \quad 5) \left(\frac{2\sqrt{y} \cdot e^x}{x} - y^3\right) dx + \left(3y^2 + \frac{e^x \ln x}{\sqrt{y}}\right) dy = 0;$$

Критерий оценивания

Задание 1)	2 балла
Задание 2)	3 балла
Задание 3)	3 балла

Задание 4)	2 балла
Задание 5)	3 балла

В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: «Отлично» – 11–13 баллов, «хорошо» – 8–10 баллов, «удовлетворительно» – 5–7 баллов, «неудовлетворительно» – менее 5 баллов.

Контрольная работа № 2 (часть 1, аудиторная)

Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной

Решите уравнения:

$$1) x = \frac{1}{y'+1} + \ln |y'+1|; \quad 2) y = \frac{2(y')^2 - 1}{4} \arccos y' - \frac{y'}{4} \sqrt{1 - (y')^2};$$
$$3) xy' - \frac{y}{2} - \frac{1}{y'y^2} = 0; \quad 4) y = x(y' - \operatorname{tg} y') + \sin^2 y'.$$

Критерий оценивания

Задание 1)	2 балла
Задание 2)	2 балла

Задание 3)	3 балла
Задание 4)	3 балла

В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: «Отлично» – 9–10 баллов, «хорошо» – 6–8 баллов, «удовлетворительно» – 4–5 балла, «неудовлетворительно» – менее 4 баллов.

Контрольная работа № 2 (часть 2, домашняя)**Уравнения, допускающие понижение порядка**

Решите уравнения:

1) $x = (y''-1)\ln y''$;

2) $\sin x \cos x (yy''-(y')^2) + 2yy' = 0$;

3) $(y')^2 + y''\sqrt{1-y^2} \arcsin y = 0$;

4) $y'' = \frac{2(y-xy')}{x^2} + \operatorname{sh} x$.

Критерий оценивания

«Зачтено» выставляется, если выполнены правильно все задания работы, иначе – «не зачтено».

Контрольная работа № 3 (часть 1, аудиторная)**Линейные уравнения с постоянными коэффициентами**

Решите уравнения:

1) $y^{(4)} + 9y''' + 21y'' + 19y' + 6y = 0$;

2) $y^{(6)} + 2y^{(4)} - 4y'' - 8y = 0$;

3) $y'' - 2y' + 17y = \frac{4e^x}{\cos(4x)}$;

4) $y'' + y' - 2y = (2-6x)e^{-2x}$;

5) $y^{(15)} + y^{(14)} = \sin x - \cos x$;

6) $y'' + 2y' + 5y = x - 5x^2 + 5 - 4e^{-x} \sin 2x$.

Критерий оценивания

Задание 1)	1 балл
Задание 2)	1 балл
Задание 3)	2 балла

Задание 4)	2 балла
Задание 5)	2 балла
Задание 6)	2 балла

В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: «Отлично» – 9–10 баллов, «хорошо» – 7–8 баллов, «удовлетворительно» – 4–6 балла, «неудовлетворительно» – менее 4 баллов.

Контрольная работа № 3 (часть 2, домашняя)**Линейные уравнения, системы линейных уравнений**1. Решите уравнение при $x > 0$:

$$x^3 y''' + 3x^2 y'' - 2xy' + 2y = \frac{4}{x}$$

2. Решите системы уравнений:

$$1) \begin{cases} x' = x + y - 3z, \\ y' = 3x + 2y - 3z, \\ z' = x + z; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x' = -x + 4y - 4z, \\ y' = x + 4y + \sin t, \\ z' = 4x + 22y - 3z. \end{cases}$$

3. Решите краевую задачу:

$$y'' - 4y' + 5y = 3e^{2x}(\sin 2x - 3\cos 2x),$$

$$y(0) = 3, \quad y(2\pi) = 3e^{4\pi}.$$

Критерий оценивания

«Зачтено» выставляется, если выполнены правильно все задания работы, иначе – «не зачтено».

Контрольная работа № 4 (часть 1, аудиторная)**Устойчивость положений равновесия линейных уравнений. Фазовый портрет линейной динамической системы**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение уравнения

$$y^V + 2y^{IV} + 4y''' + 6y'' + 5y' + 4y = 0.$$

2. Рассматривается система

$$\dot{x} = a^2x - y, \quad \dot{y} = 5x - (3 + 2a)y.$$

- 1) При каких значениях параметра a нулевое решение системы является асимптотически устойчивым?
- 2) Нарисуйте траектории системы при $a = -3$.
- 3) Существует ли такое значение $a \in \mathbf{R}$, при котором траектории – замкнутые кривые?

Критерий оценивания

Задание 1)	2 балла
Задание 2.1)	1 балл

Задание 2.2)	2 балла
Задание 2.3)	1 балла

В зависимости от полученных баллов работа оценивается следующим образом: «Отлично» – 6 баллов, «хорошо» – 4-5 баллов, «удовлетворительно» – 2-3 балла, «неудовлетворительно» – менее 2 баллов.

Контрольная работа № 4 (часть 2, домашняя)**Фазовый портрет нелинейной динамической системы**

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = (x - 2)^2 - y^2, \\ \dot{y} = x - y^2. \end{cases}$$

Выполните следующие задания:

1. Найдите все положения равновесия системы и, используя теорему об устойчивости по первому приближению, исследуйте их на устойчивость.
2. Нарисуйте фазовые портреты линеаризованных систем в окрестности каждого положения равновесия.
3. Постройте фазовый портрет заданной системы.

Критерий оценивания

«Зачтено» выставляется, если выполнены правильно все задания работы, иначе – «не зачтено».

5.2. Промежуточная аттестация проводится в виде зачета и экзамена.

Условием получения зачета (3 семестр) является обязательное посещение лекционных и практических занятий; выполнение заданий, предлагаемых в рамках самостоятельной работы, выполнение контрольных работ.

Вопросы к зачету (3 семестр) – Методы решения уравнений 1-го порядка

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Линейные уравнения 1-го порядка. Структура общего решения неоднородного уравнения. Методы Бернулли и вариации произвольной постоянной.
4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
5. Уравнения Бернулли и Риккати.
6. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
7. Метод интегрирования введением параметра.

Условием допуска к экзамену (4 семестр) является обязательное посещение лекционных и практических занятий, выполнение всех контрольных работ. Оценка, полученная студентом по результатам работы на практических занятиях, учитывается при выставлении экзаменационной оценки.

Вопросы к экзамену (4 семестр)

1. Общие понятия теории дифференциальных уравнений (ДУ), примеры моделей динамических процессов.
2. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные.
3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
4. Уравнения Бернулли и Риккати.
5. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
6. Метод интегрирования введением параметра.
7. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
8. Управляемые системы с кусочно-непрерывными управлениями.
9. Зависимость решений от параметров и начальных данных.
10. Метод малого параметра. Регулярные и сингулярные возмущения.
11. Теорема Коши о голоморфном решении.
12. Элементы аналитической теории ДУ. Уравнение Бесселя.
13. Дифференциальные уравнения с последствием.
14. Линейные уравнения n -ого порядка. Общие свойства.
15. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
16. Уравнения второго порядка. Элементы теории колебаний. Резонанс.
17. Импульсные возмущения. Применение дельта-функции.
18. Линейные системы ДУ. Общие свойства.
19. Линейные системы с постоянными коэффициентами.
20. Функции от матриц. Матричная экспонента.
21. Линейные системы с периодическими коэффициентами.
22. Операционный метод решения ДУ.
23. Линейная граничная задача.
24. Векторные поля, фазовые потоки.
25. Общие свойства траекторий динамических систем.
26. Производная по направлению поля фазовой скорости. Первые интегралы.
27. Фазовый портрет динамической системы на плоскости.
28. Устойчивость движения. Функции Ляпунова.
29. Теорема Ляпунова об устойчивости по линейному приближению.
30. Линейное уравнение с частными производными первого порядка.

Подробно средства оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся приведены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

6. Методические рекомендации обучающимся по дисциплине, в том числе для самостоятельной работы

Для успешного освоения дисциплины необходимо знание тем и основных понятий следующих дисциплин учебного плана подготовки по направлению 01.03.01–Математика:

- 1) *Алгебра* – матрица, определитель матрицы, характеристический многочлен матрицы, простые и кратные нули многочлена, поиск рациональных нулей многочлена с целыми коэффициентами, собственные значения и вектора матрицы, матричная экспонента, формула Эйлера, линейно зависимые и линейно независимые вектора, системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), методы решения СЛАУ (метод Гаусса, метод Крамера, метод обратной матрицы).
- 2) *Математический анализ* – непрерывные функции; кусочно-непрерывные функции; производная и дифференциал; неявные функции; дифференцирование неявных функций; функции нескольких переменных; частные производные; производная по направлению; интегрирование функции; правила интегрирования; таблица основных интегралов; интегралы, зависящие от параметра; функциональные ряды; степенные ряды; признаки сходимости ряда.

Задания для самопроверки к началу изучения курса

1. Найдите все рациональные нули многочлена $6x^4 + x^3 + 2x^2 - 4x + 1$.
2. Найдите собственные значения и собственные вектора матриц:

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}; \quad 2) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найдите решение системы

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ -x + y + 2z = 2 \\ x + 3y + 5z = 9 \end{cases}$$

4. Проверить, будут ли вектора $\mathbf{a} = \{1; 1; 1\}$, $\mathbf{b} = \{1; 2; 0\}$, $\mathbf{c} = \{0; -1; 1\}$ линейно независимыми.
5. Проверить, будут ли вектора $\mathbf{a} = \{1; 1; 1\}$, $\mathbf{b} = \{1; 2; 0\}$, $\mathbf{c} = \{0; -1; 2\}$ линейно независимыми.
6. Найдите дифференциал функции $y = \arcsin(1-x) + \sqrt{2x-x^2}$;
7. Найдите производную функции $y = y(x)$, заданной уравнением $x^3 + y^3 - 3xy = 0$.
8. Вычислите следующие интегралы:

$$1) \int \frac{3 \operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} dx. \quad 2) \int \frac{x}{\sin^2 x} dx, \quad 3) \int \frac{x^2 + 2x + 6}{(x-1)(x-2)(x-4)} dx. \quad 4) \int \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx.$$

9. Найдите производную функции $y(x) = \int_0^x \sin \frac{x-\xi}{a} d\xi$.
10. Найдите частные производные первого порядка и полный дифференциал для следующих функций $u(x, y) = x \sin(x+y)$, $u(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$.
11. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$.

12. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}$.

Методические и справочные материалы по дисциплине, план-график практических занятий и контрольных мероприятий, конспекты практических занятий, задания для самостоятельной работы, примерные варианты контрольных работ, результаты текущего контроля и материалы для подготовки к промежуточной аттестации публикуются на сайте дисциплины https://math-it.petsu.ru/users/semenova/DIFF_UR/index.html (в открытом доступе).

7. Методические рекомендации преподавателям по дисциплине

Планирование лекционных и практических занятий осуществляется с учётом установленного количества часов.

Лекции составляют основу теоретического обучения и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрывают состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления. Ведущим методом лекционного занятия выступает устное изложение учебного материала.

Практические занятия направлены на формирование у обучающихся умений решать типовые задачи. Преподаватель оценивает знания и умения обучающихся путем проведения контрольных работ и проверки домашних заданий.

7.1. Задачи для аудиторных занятий и задачи, предлагаемые для самостоятельного решения (домашнее задание)

Для проведения практических занятий рекомендуется использовать следующие задачки:

- [Ф] Филиппов А.Ф. *Сборник задач по дифференциальным уравнениям* (любое издание после 1992 года).
- [М] Матвеев Н.М. *Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Для вузов.* – Минск: Выш. шк., 1987. – 319 с.
- [Р] Романко В.К. *Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В.К. Романко, Н.Х. Агаханов, В.В. Власов, Л.И. Коваленко.* – М.: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002. – 256 с.

№ темы	Тема	Номера задач	
		для аудиторных занятий	для самостоятельных занятий
1	Составление дифференциальных уравнений заданного семейства плоских кривых.	[Ф]: № 17, 21, 27, 30	[Ф]: 18, 20, 26, 32
2	Дифференциальные уравнения 1-го порядка		
	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	[Ф]: № 65, 54, 55, 66, 68 (а,в), 78; [М]: 90, 146	[Ф]: 63, 64, 67, 68(б), 71; [М]: 142, 147
	Однородные уравнения	[Ф]: № 101, 103, 107, 109, 112, 111, 116, 114	[Ф]: № 102, 104, 108, 110, 115, 113, 117
	Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными	[Ф]: № 118, 119, 126	[Ф]: № 120

	Линейные уравнения 1-го порядка	[Ф]: № 136, 137, 138, 145, 148, 149,	[Ф]: № 139, 140, 141, 144,
	Уравнения Бернулли, Риккати	[Ф]: № 151, 154, 157, 159, 167	[Ф]: № 146, 147, 152, 153, 155, 164, 168
	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	[Ф]: № 186, 190, 191, 194, 195, 199, 202, 206, 200 [М]: № 354, 355, 358,	[Ф]: № 187, 189, 193, 196, 197, 201, 203, 219, [М]: № 356, 357, 362
	Уравнения, неразрешенные относительно производной. Особые решения. Метод введения параметра	[Ф]: № 241, 242, 244, 249, 251, 267, 272, 274, 278, 283, 287, [М]: № 528	[Ф]: № 243, 246, 269, 252, 255, 307, 271, 282, [М]: № 524, 527,
3	Уравнения, допускающие понижение порядка	[Ф]: № 421, 425, 456, 463, 422, 426, 434, 432, 501,	[Ф]: № 433, 435, 437, 460, 438, 447, 451
4	Решение линейных дифференциальных уравнений n -го порядка	[Ф]: № 511, 515, 521, 523, 524, 526, 530, 532, 582, 533, 534, 535, 538, 540, 583, 546, 548, 549, 550, 551, 555, 569, 575, 577, 588, 607, 589, 591, 593, 595,	[Ф]: № 512, 516, 520, 522, 525, 527, 529, 536, 537, 539, 541, 543, 584, 553, 559, 562, 574, 578, 579, 585, 587, 590, 592, 594
5	Линейные системы с постоянными коэффициентами	[Ф]: № 786, 813, 832, 796, 798, 801, 817, 808, 811, 826,	[Ф]: № 787, 789, 797, 814, 843, 799, 802, 818, 829
6	Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений и их систем	[P]: §8, № 172, 173, 179, § 11, № 187, 189	[P]: §8, № 177, 182, § 11, № 188, 193
7	Линейные системы. Типы особых точек на фазовой плоскости. Фазовые портреты.	[Ф]: № 932, 934, 941, 949, 961, 971, 973, 977	[Ф]: № 933, 935, 943, 950, 962, 972, 976, 978
8	Нелинейные системы дифференциальных уравнений	[Ф]: № 1143, 1146, 1148, 1153, 1159	[Ф]: № 1141, 1147, 1149, 1154, 1157
9	Устойчивость по первому приближению	[Ф]: № 899, 901, 905, 908, 912, 916, 919, 921, 1025, 1040,	[Ф]: № 900, 902, 906, 907, 910, 915, 918, 922, 1026, 1041
10	Линейные уравнения в частных производных первого порядка	[Ф]: № 1168, 1170, 1172, 1176, 1183, 1190, 1193, 1194, 1199, 1211	[Ф]: № 1167, 1174, 1173, 1179, 1181, 1182, 1192, 1197, 1203, 1212

7.2. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Варианты контрольных работ и рекомендации по оцениванию контрольных заданий приведены в фонде оценочных средств.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Основная литература:

1. Заика Ю.В. Дифференциальные уравнения. Курс лекций. Петрозаводск: КарНЦ РАН, 2012. – 215 с.
2. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Высшая школа, 1967.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982.

4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102773.html>
5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., 1998.
6. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.

8.2. Дополнительная литература:

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984.
2. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Высшая школа, 1991.
3. Боярчук А.К., Головач Г.П. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
4. Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. М.: Физматлит, 2003.
[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102761.html>
5. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967.
6. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. М.: Физматлит, 2005.
[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107853.html>
7. Зубов В.И. Теория уравнений управляемого движения. Л.: ЛГУ, 1981.
8. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.
9. Карташев Е.А., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. М.: Наука, 1986.
10. Пантелеев А.В., Якимова А.С., Босов А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах. М.: МАИ, 2000.
11. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
12. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.
[Электронный ресурс] <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996330133.html>
13. Романко В.К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В.К. Романко, Н.Х. Агаханов, В.В. Власов, Л.И. Коваленко. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 256 с.
14. Самойленко А.Ф., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи. М.: Высшая школа, 1989.
15. Федорюк М.В. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1986.
16. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1986.

8.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Сайт «**EqWorld. МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**»:

Образование: обыкновенные дифференциальные уравнения
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/education/edu-ode.htm>

Книги по обыкновенным дифференциальным уравнениям:
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

2. Пакет для математических и инженерных расчетов MathCAD (сайт производителя <https://www.ptc.com/en/products/mathcad>)
Петрозаводский университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного программного обеспечения.
3. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru/>
4. Электронной библиотечной системы «Консультант студента. Студенческая электронная библиотека» <http://www.studentlibrary.ru>

8.4. Информационное обеспечение дисциплины в системе электронного (дистанционного) обучения

1. Фазовые портреты динамических систем. Часть 1. Линейные динамические системы.
Ресурс размещен на образовательном портале ПетрГУ <https://edu.petrSU.ru/object/3299>
Обеспечивает учебно-методическую поддержку при выполнении студентами практических заданий на построение фазовых портретов автономных систем линейных дифференциальных уравнений. Содержит необходимый теоретический материал и примеры.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база ПетрГУ обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной подготовки обучающихся, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Минимально-необходимый перечень для информационно-технического и материально-технического обеспечения дисциплины:

- аудитория для проведения лекционных и практических занятий, оснащенная рабочими местами для обучающихся и преподавателя, доской, мультимедийным оборудованием;
- библиотека с читальным залом и залом для самостоятельной работы обучающегося, оснащенное компьютером с выходом в Интернет, книжный фонд которой составляет специализированная научная, учебная и методическая литература, журналы (в печатном или электронном виде).

Дата: «__» июня 2018 г.