

Годы обучения по образовательной программе 2019-2024

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Петрозаводский государственный университет

Институт математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

« ____ » _____ 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки бакалавриата
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профили направления подготовки бакалавриата
«Образование в предметных областях (Математика и информатика)»

Форма обучения очная

Петрозаводск
2019

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 125 и учебным планом по направлению подготовки бакалавриата 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль «Образование в предметных областях (Математика и информатика)»

Разработчики:

Старков Виктор Васильевич, заведующий кафедрой математического анализа, доктор физико-математических наук, профессор

_____ (подпись)

Семёнова Елена Евгеньевна, доцент кафедры математического анализа, кандидат физико-математических наук, доцент

_____ (подпись)

Эксперт:

Граф Сергей Юрьевич, доцент Тверского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа.

Протокол № 9 от «28» мая 2019 г.

Заведующий кафедрой _____ (д.ф.-м.н., профессор, Старков В.В.)
(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании учебно-методической комиссии Института математики и информационных технологий

Протокол № 10 от «28» июня 2019 г.

Директор института _____ (к.ф.-м.н., доцент, Светова Н.Ю.)
(подпись)

Начальник методического отдела
учебно-методического управления ПетрГУ _____ И.В. Маханькова

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) бакалавриата

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код компетенции. Этап формирования компетенции	Формулировка компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы достижения компетенции)
ОПК-2 Основной	Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК-2.1. Участвует в разработке основных и дополнительных образовательных программ в реальной и виртуальной образовательной среде. ОПК-2.2. Использует информационно-коммуникационные технологии и электронные образовательные ресурсы при разработке отдельных компонентов основных и дополнительных образовательных программ в реальной и виртуальной образовательной среде.
ОПК-8 Основной	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Использует специальные научные знания в урочной и внеурочной деятельности, дополнительном образовании детей. ОПК-8.2. Использует современные, в том числе интерактивные, формы и методы образовательной и воспитательной работы для осуществления проектной деятельности обучающихся, проведения лабораторных экспериментов, экскурсионной работы, полевой практики и т.п.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата и язык преподавания

Дисциплина «Комплексный анализ» входит в обязательную часть учебного плана основной образовательной программы бакалавриата по данному направлению подготовки и является обязательной для изучения дисциплиной.

Согласно учебному плану дисциплина проводится в 5 семестре.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении образовательной программы предыдущего уровня, а также при изучении дисциплин учебного плана данного направления подготовки: Алгебра, Математический анализ.

Язык преподавания – русский.

3. Виды учебной работы и тематическое содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы или 108 академических часов.

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Объем в академических часах
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	108
В том числе:	
Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем). Всего	45
В том числе:	
Лекции (Л)	15
Практические занятия (Пр)	30
Лабораторные занятия (Лаб)	-
Вид промежуточной аттестации	экзамен
Самостоятельная работа обучающихся (СР), (всего)	63
В том числе:	
Самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовка к занятиям	
Подготовка к промежуточной аттестации	

3.2. Краткое содержание дисциплины по разделам и видам учебной работы

№ п/п	Раздел дисциплины (тематический модуль)	Трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)					Оценочное средство
		Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа обучающихся	
Семестр № 5							
1	Комплексные числа	6	2	2	0	2	Контрольная работа, экзамен
2	Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность	6	2	2	0	2	Контрольная работа, экзамен
3	Элементарные функции в комплексной области	8	2	2	0	4	Контрольная работа, экзамен
4	Дифференцируемые функции комплексного переменного	10	2	4	0	4	Контрольная работа, экзамен

5	Конформные отображения	18	4	6	0	8	Контрольная работа, экзамен
6	Интеграл по комплексной переменной	13	3	6	0	4	Контрольная работа, экзамен
7	Ряды в комплексной плоскости	8	0	4	0	4	экзамен
8	Особые точки функций комплексного переменного. Вычеты.	12	0	4	0	8	экзамен
	Подготовка к сдаче и сдача экзамена	27	0	0	0	27	
Вид промежуточной аттестации в семестре: экзамен							
Итого:		108	15	30	0	63	

3.3. Содержание аудиторных занятий

Содержание лекционных занятий

№ раздела	№ лекции	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестр № 5				
1	1	Комплексные числа: определение и геометрическая интерпретация, арифметические операции над комплексными числами и их свойства; алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы записи. Последовательности комплексных чисел. Сфера Римана. Бесконечно удаленная точка. Области и их связность.	2	
2	2	Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность: определение функции комплексного переменного и ее геометрическое истолкование, выделение действительной и мнимой части. Предел функции комплексного переменного. Непрерывность.	2	
3	3	Элементарные функции в комплексной области: показательная и тригонометрическая функции в комплексной области и их свойства. Применение формул Эйлера. Логарифмы комплексных чисел.	2	
4	4	Дифференцируемые функции комплексного переменного: понятие производной функции комплексного переменного. Дифференциал. Условия Коши Римана. Понятие аналитической функции. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной (мнимой) части.	2	

5	5-6	Конформные отображения. Теорема Римана. Линейное отображение и его свойства. Дробно-линейное отображение: конформность, групповое свойство, круговое свойство, свойство сохранения симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки.	4	
6	7-8	Интеграл по комплексной переменной: понятие интеграла от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши для односвязной области, интегральная теорема для многосвязной области. Интегральная формула Коши и ее следствия. Применение формулы Коши к вычислению определенных интегралов.	3	
		Итого:	15	0

Содержание практических (или семинарских) занятий

№ раздела	№ занятия	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. использовани ем ДУТ
Семестр № 5				
1	1	Комплексные числа	2	
2	2	Функции комплексного переменного	2	
3	3	Основные элементарные функции комплексного переменного	2	
4	4	Дифференцируемые функции. Условия Коши-Римана. Регулярность элементарных функций.	2	
4	5	Гармонические функции. Восстановление функции по ее действительной (мнимой) части	2	
5	6-8	Конформные отображения. Теорема Римана.	6	
6	9	Интеграл от функции комплексного переменного, его свойства.	2	
6	10	Классическая теорема Коши. Теорема Коши для многосвязного компакта.	2	
6	11	Интегральная формула Коши для многосвязного компакта. Предельный переход под знаком интеграла.	2	
7	12	Степенные ряды в комплексной плоскости; Разложение регулярной функции в ряд Тейлора.	2	
7	13	Ряд Лорана. Разложение регулярной в кольце функции в ряд Лорана.	2	
8	14	Изолированные особые точки.	2	
8	15	Основная теорема о вычетах.	2	
		Итого:	30	

3.4. Организация самостоятельной работы обучающегося

№ раздела	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
1	Проработка конспектов лекций и литературы по теме: «Комплексные числа». Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе 1.	2	0
2	Проработка конспектов лекций и литературы по теме: «Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность». Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе 1.	2	
3	Проработка конспектов лекций и литературы по теме: «Элементарные функции в комплексной области». Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе 1.	4	0
4	Проработка конспектов лекций и литературы по теме: «Дифференцируемые функции». Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе 1.	4	
5	Проработка конспектов лекций и литературы по теме: «Конформные отображения». Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе 1.	8	0
6	Проработка конспектов лекций и литературы по теме: «Интеграл по комплексной переменной». Выполнение домашних заданий. Подготовка к контрольной работе 2.	4	0
7	Выполнение домашних заданий по теме «Ряды в комплексной плоскости». Подготовка к контрольной работе 2.	4	0
8	Выполнение домашних заданий по теме «Изолированные особые точки». Подготовка к контрольной работе 2.	4	0
8	Выполнение домашних заданий по теме «Основная теорема о вычетах». Подготовка к контрольной работе 2.	4	0
1-8	Подготовка к экзамену, сдача экзамена	27	
	Итого:	63	0

4. Образовательные технологии по дисциплине

В процессе преподавания используются традиционные для математических дисциплин формы и методы обучения (лекции, практические занятия, консультации, письменные и устные опросы) с использованием доски и мела (или маркерной доски). Форма передачи символично-образной информации от лектора к слушателям способствует формированию у обучающихся навыков работы с математической символикой.

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.1. Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины при проведении занятий в форме: контрольная работа.

Оценочные средства текущего контроля: контрольные работы

Контрольная работа № 1

Основное содержание контрольной работы: операции с комплексными числами, элементарные функции, дробно-линейные отображения

Примерный вариант

1. Вычислить $(i-1)^{i+1}$.
2. Найти образ полуполосы $D = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$ при отображении
$$f(z) = \frac{z}{z-1}.$$
3. Построить конформный изоморфизм полуплоскости с разрезом $D = \{z : \operatorname{Im} z > 0\} \setminus (0, i)$ на верхнюю полуплоскость.
4. Найти множество E_* , симметричное множеству $E = \{z : \operatorname{Re} z < 0, \operatorname{Im} z < 0\}$ относительно окружности $\{z : |z-1| = 1\}$.

Контрольная работа № 2

Основное содержание контрольной работы: гармонические функции, ряд Лорана, интеграл по комплексной переменной, теорема о вычетах.

Примерный вариант

1. Разложить функцию $f(z) = \frac{z-1}{z^2(z+3i)}$ в ряды Лорана в указанных областях.
 - а) в окрестности точки; $z = -3i$;
 - б) в кольце $1 < |z-1| < \sqrt{10}$;
 - в) в окрестности бесконечности.
2. Найти и классифицировать изолированные особые точки функции $f(z) = \frac{\sin(z-1)}{(z-1)^2 z^2}$.
3. Вычислить интеграл
$$\oint_{|z|=4} \frac{z}{z+3} \cdot e^{1/3z} dz$$

Система оценивания при текущем контроле

Решение каждой задачи из контрольной работы оценивается в пунктах по шкале «0-5». Также можно получить дополнительные пункты: успешная работа у доски (успешное решение задачи у доски) — «1 пункт», непосещение занятия без уважительной причины — «-1 пункт», за удачные ответы на поставленные преподавателем вопросы во время практического занятия или лекции — «1 или 2 пункта». В конце семестра пункты суммируются. Обучающиеся, не допустившие пропуски занятий без уважительной причины, получают бонус — «2 пункта».

5.2. Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена.

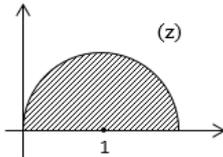
Экзамен проводится в устной форме с использованием экзаменационных билетов. Билет включает один теоретический вопрос и две задачи.

Вопросы к экзамену

1. Комплексные числа (определение, формы записи, геометрическая интерпретация комплексного числа).

2. Операции над комплексными числами и их свойства, геометрическая интерпретация операций $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, \bar{z} , $\frac{1}{z}$.
3. Комплексная плоскость, расширенная комплексная плоскость, сфера Римана.
4. Функции комплексного переменного. Понятие однолистной функции.
5. Основные элементарные функции e^z , $\cos z$, $\sin z$ их свойства.
6. Решение показательных, тригонометрических уравнений.
7. Понятие дифференцируемой функции. Условия Коши-Римана.
8. Конформные отображения. Примеры. Теорема Римана.
9. Линейное отображение, свойства.
10. Дробно-линейное отображение. Круговое свойство, свойство сохранения симметрии.
11. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки.
12. Интегрирование функции комплексного переменного. Свойства интегралов.
13. Интегральная теорема Коши.
14. Ряды в комплексной плоскости.
15. Вычеты и их применение к вычислению интегралов.

Пример экзаменационного билета

<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа (определение, формы записи, геометрическая интерпретация числа). 2. Задачи: <ol style="list-style-type: none"> 1) Найдите сумму $1 + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx$. 2) Найдите образ показанной на рисунке области с помощью отображения $f(z) = \frac{1}{z-1}$. 	
---	---

Теоретический вопрос из экзаменационного билета оценивается по шкале «0-30» пунктов, каждая задача из билета — «0-15» пунктов. Дополнительные вопросы на экзамене задаются в основном из приведенного выше списка вопросов к экзамену, в количестве не более трех, и оцениваются по шкале «0-5» пунктов. Пункты, полученные за работу в семестре, складываются с пунктами, полученными во время экзамена.

Критерии оценивания ответа на экзамене	
«отлично»	выставляется обучающемуся, если он заработал больше 55 пунктов, т.е. владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы, подчеркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи; четко формулирует ответы.
«хорошо»	выставляется обучающемуся, если он заработал от 40 до 55

	пунктов, т.е. владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценные ответы на вопросы; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьезных ошибок в ответах.
«удовлетворительно»	выставляется обучающемуся, если он заработал от 25 до 39 пунктов, т.е. владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускает ошибки по существу вопросов.
«неудовлетворительно»	выставляется обучающемуся, если он заработал менее 25 пунктов, т.е. не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора.

Подробно средства оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся приведены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

6. Методические рекомендации обучающимся по дисциплине, в том числе для самостоятельной работы

Посещать лекции. Еженедельно после каждой лекции разбирать ее, устраняя описки и ошибки и дополняя необходимыми пояснениями на полях тетради. Посещение практических занятий, решение домашних заданий строго обязательно. Каждое непосещение практического занятия без уважительной причины влияет на итоговую экзаменационную оценку в сторону ее уменьшения.

Для успешной подготовки и сдачи экзамена необходимо:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому разделу.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических задач.
- Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

7. Методические рекомендации преподавателям по дисциплине

При оценивании успеваемости обучающегося применяется балльно-рейтинговая система. Оценка успеваемости студентов производится в пунктах (пункт — единица измерения). Таким образом оцениваются контрольные задания, посещение занятий и работа у доски: успешное решение задачи у доски — «1 пункт», непосещение занятия без уважительной причины – «-1 пункт», решение каждой задачи из контрольной работы оценивается в пунктах по шкале «0-5», за удачные ответы на поставленные преподавателем вопросы во время практического занятия или лекции также студент получает 1-2 дополнительных пункта. В конце семестра пункты суммируются. Студенты, не допустившие пропуски занятий без уважительной причины, получают бонус – «2 пункта». Эти пункты складываются с пунктами, полученными во время экзамена: теоретический вопрос из экзаменационного билета оценивается по шкале «0-30» пунктов, задача из билета – «0-15» пунктов. Дополнительные вопросы на экзамене задаются в основном из списка прилагаемых вопросов, числом не более трех, оцениваются по шкале «0-5» пунктов.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Основная литература:

1. Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие для студентов вузов / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. – Изд. 4-е, перераб. – Москва : Физматлит, 2006. – 312 с. [Электронный ресурс]. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102648.html>.
2. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. / И. И. Привалов. – Москва : Наука. 1984. [Электронный ресурс]. <http://bookre.org/reader?file=442143>
3. Шабат, Б. В. Введение в комплексный анализ : учебник для студентов вузов, обучающихся по спец. "Математика", "Механика" / Б. В. Шабат ; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Ч. 1, Функции одного переменного. – 4-е изд, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2004. – 336 с.
4. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного / Шабунин М. И. – Москва : БИНОМ, 2013. – [Электронный ресурс]. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307814.html>

8.2. Дополнительная литература

1. Голузин, Г. М. Геометрическая теория функций комплексного переменного / Г. М. Голузин; под ред. В. И. Смирнова. – Изд. 2-е. – Москва : Наука, 1966. – 628 с. [Электронный ресурс]. <http://bookre.org/reader?file=442096>
2. Маркушевич, А. И. Теория аналитических функций : учебник / А. И. Маркушевич, Т. 1, Начала теории. – Изд. 3-е, стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2009. – 486 с.

8.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Студенты и преподаватели ПетрГУ имеют доступ к ряду электронных библиотечных систем, к которым подключена Научная библиотека университета. Для электронных ресурсов используется лицензионное программное обеспечение.

Для поиска учебной и научной литературы студенты используют следующие ЭБС:

- Электронная библиотека Республики Карелия <http://elibrary.karelia.ru/>
- Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru/>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента. Студенческая электронная библиотека» <http://www.studentlibrary.ru>
- другие базы данных, размещенные на сайте Научной библиотеки ПетрГУ в разделе «Электронные журналы и базы данных» <http://library.petrSU.ru/collections/bd.shtml>.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база ПетрГУ обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Минимально-необходимый перечень для информационно-технического и материально-технического обеспечения дисциплины:

- аудитория для проведения лекционных и практических занятий, оснащенная рабочими местами для обучающихся и преподавателя, доской, мультимедийным оборудованием;
- научная библиотека с читальным залом и залом для самостоятельной работы обучающегося, оснащенная компьютерами с выходом в Интернет, книжный фонд

библиотеки ПетрГУ составляет специализированная научная, учебная и методическая литература, журналы (в печатном или электронном виде).

Дата «15» мая 2019 г.