

Лабораторная работа № 2

Решение уравнений, неравенств и их систем

Вариант 1

I. Решение уравнений и их систем

1. Для заданного многочлена

$$x^6 - 7x^5 - 20x^4 + 210x^3 - 516x^2 + 1512x - 2160$$

найдите:

- 1) все нули;
- 2) только вещественные нули;
- 3) только неотрицательные нули;
- 4) нули, принадлежащие заданному промежутку.

2. Решите уравнение:

$$5 \cdot \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^2 - 44 \cdot \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2 + 12 \cdot \left(\frac{x^2-4}{x^2-1} \right) = 0,$$

3. Найдите все решения уравнения $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}$, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$.

4. Найдите все решения уравнения $\sin x + 2 \cos x = \frac{1}{2}$.

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} yz + zx = 16, \\ zx + yx = 25, \\ xy + zy = -39. \end{cases}$$

6. Среди всех вещественных решений (x, y) системы

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 2, \\ 2x^2 - xy + 3y^2 = 4, \end{cases}$$

найдите те, для которых сумма $x + y$ максимальна. Вычислите значение этой суммы.

7. Местоположение двух движущихся частиц в декартовой системе координат описывается исходящими из начала координат векторами

$$\mathbf{R}_1 = \left(t, 2 \cdot \frac{t - 542/21}{t + 3}, \frac{8t^2 + 4t + 106/7}{t + 1} \right),$$

$$\mathbf{R}_2 = \left(4 \cdot \frac{t - 4}{t + 2}, -6t, 2(t - 5) \right).$$

Выясните, в какой момент времени $T > 0$ векторы \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 будут ортогональны. Для найденного значения T определите расстояние между частицами.

8. Для всех вещественных значений параметра p решите систему:

$$\begin{cases} px + 3y = -p, \\ 3x + py = 8. \end{cases} \quad (*)$$

II. Решение неравенств и их систем

1. Решите неравенство:

$$\frac{7}{(x-2)(x-3)} + \frac{9}{x-3} + 1 \leq 0$$

2. Найти все значения параметра p , при которых сумма корней квадратного уравнения $x^2 - (p^2 + p - 1)x - 29 = 0$ будет больше 1 и при этом сумма квадратов корней будет меньше 83.
3. При каких значениях параметра p система (*) имеет неотрицательное решение?