Аналитическая геометрия. Сборник задач
URL: https://math-it.petrsu.ru/users/semenova/Analytical_geometry/Praktika/Book/Anal_Geom_Sb_Tasks.pdf

---

24.04.2019

Занятие № 12

Составление уравнений плоскостей

Общее уравнение плоскости, проходящей через заданную точку $M_0(x_0, y_0)$:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0,$$

где A, B C – координаты нормального вектора плоскости (в прямоугольной декартовой системе координат).

№ 231.

8.05.2019

Занятие № 13

Плоскость и прямая

Уравнение плоскости в отрезках

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1,$$

где a, b, c –отрезки, отсекаемые плоскостью на оси абсцисс (Ox), оси ординат (Oy), оси аппликат (Oz).

Если известны точка $M(x_0, y_0, z_0)$ на прямой l и направляющий вектор $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, коллинеарный этой прямой, то можно написать ***канонические уравнения прямой***

$$\frac{x - x_0}{a_x} = \frac{y - y_0}{a_y} = \frac{z - z_0}{a_z},$$

и ***параметрические уравнения прямой***

$$\begin{cases} x = a_x t + x_0, \\ y = a_y t + y_0, \\ z = a_z t + z_0. \end{cases}$$

Придавая параметру t различные значения, получим координаты точек прямой.

Прямую в пространстве можно задать как ***линию пересечения плоскостей*** $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$

Для перехода к каноническим и параметрическим уравнениям прямой нужно знать координаты какой-либо точки на прямой и направляющий вектор прямой.

Приравнивая одну переменную нулю (например, $z = 0$) и найдя из системы значения двух других переменных, получим координаты точки на прямой.

За направляющий вектор прямой можно взять векторное произведение нормалей $\vec{n_1} = \{A_1, B_1, C_1\}$ и $\vec{n_2} = \{A_2, B_2, C_2\}$.

Взаимное расположение прямой и плоскости

Дана плоскость α: $Ax + By + Cz + D = 0$ и прямая l: $\begin{cases} x = a_x t + x_0, \\ y = a_y t + y_0, \\ z = a_z t + z_0. \end{cases}$

Подставив в уравнение плоскости вместо переменных x, y, z их выражения из параметрических уравнений прямой, получим уравнение относительно параметра t .

1. Если уравнение относительно t не имеет решений, то прямая параллельна плоскости.

   В этом случае $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \neq 0,$ а $Aa_x + Ba_y + Ca_z = 0.$

   Т.е. $M \notin \alpha,\ \vec{n} \perp \vec{a}.$
2. Если уравнение относительно t примет вид 0 = 0, то прямая лежит в плоскости.

   В этом случае $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0,$ а $Aa_x + Ba_y + Ca_z = 0.$

   Т.е. $M \in \alpha,\ \vec{n} \perp \vec{a}.$
3. Если уравнение относительно t имеет единственное решение t_0, то подставив это значение параметра в уравнения прямой, найдем точку пересечения прямой l и плоскости α.

№ 234, 237, 239, 241, 250.

Домашнее задание

№№ **230, 233, 244(а), 249, 251, 253**